یازدهم دختر C — هستی باقری — تکلیف شماره ی ۹

---

۱)

$f\circ f(\frac{2}{3}) = f(f(\frac{2}{3}))$

$f(\frac{2}{3}) = \cot\frac{\pi x}{4} \to \cot\frac{\pi}{6} \Rightarrow \sqrt{3}$

$f(\sqrt{3}) = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1} = 2$

---

۲)

الف) $f\circ g(\frac{\pi}{3}) = ?$ $\quad g(\frac{\pi}{3}) = 2\cos^2\pi = 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{x}) = f(\frac{1}{2}) \to x = 2 \qquad f(2) = \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) ۳

$f\circ g(\sqrt{3}) = ? \qquad g(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+2}{-1}$

$f(-\sqrt{3}-2) = [-\sqrt{3}-2] = -4$

---

۳)

$f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

---

۴)

الف) $f\circ g(x) = \{(4,5)(2,5)(6,12)(8,12)\}$

ب) $g\circ f(x) = \varnothing$

ج) $f\circ f(x) = \varnothing$

د) $g\circ g(x) = \{(4,8)(2,6)(6,10)\}$

---

۵)

$g(x) = t \to f(t) = 2 \to t = 3 \to x = a \to a = 4$

$f(x) = b \to (4,5) \to b = 5 \to \boxed{4,5}$

۶

$f(x) = ۲x + ۱ \rightarrow g(f(-۱)) = \boxed{-۸}$

$f(x) = -۲x - ۳ \rightarrow g(f(-۱)) = \boxed{-۸}$

$f(f(x)) = a(ax+b) + b = a^۲x + ab + b = ۴x + ۳$

$a^۲ = ۴ \qquad a = ۲ \rightarrow b = ۱$

$a = \pm ۲ \qquad a = -۲ \rightarrow b = -۳$

$g(x) = cx + d \qquad ۲c = ۳ \rightarrow c = \frac{۳}{۲}$

$g(۲x+۳) = c(۲x+۳) + d = ۳x - ۲ \Rightarrow ۳c + d = -۲$

$۲cx + ۳c + d \qquad d = \frac{-۱۳}{۲}$

$g(x) = cx + d = \frac{۳}{۲}x \frac{-۱۳}{۲}$

۷

$f(x) \begin{cases} \sqrt{۲x} & x > ۰ \\ ۰ & x \leqslant ۰ \end{cases} \qquad D_g = R - \{۰, ۴\}$

$\sqrt{x + |x|} \neq \{۰, ۴\}$

$D_f = \mathbb{R}$

$\sqrt{x+|x|} \neq ۰ \rightarrow x > ۰$

$\boxed{D_{gof} = (۰, +\infty) - \{۸\}}$

$\sqrt{x+|x|} \neq ۴ \rightarrow x \neq ۸$

۸

$\{x \in D_f \,,\, f(x) \in D_{fog}\}$

$\sqrt{۱-x^۲} \in [۰, ۱] \longrightarrow ۰ \leqslant \sqrt{۱-x^۲} \leqslant ۱ \rightarrow ۰ \leqslant ۱ - x^۲ \leqslant ۱$

$\rightarrow ۱ \leqslant -x^۲ \leqslant ۰ \rightarrow ۰ \leqslant x^۲ \leqslant ۱ \rightarrow -۱ \leqslant x \leqslant ۱$

$D_f = [-۱, ۱]$

	-۱		۱	
$-$	0	$+$	0	$-$

$D(f+g) = D_f \cap D_g = [۰, ۱]$

$D_g = [۰, +\infty)$

$\boxed{D_{(f+g)of} = [-۱, ۱]}$

9)

الف) $\frac{3x+1}{x-2} = t$

$f(t) = 4\left(\frac{2t+1}{t-3}\right) + 5$

$x = \frac{2t+1}{t-3} \rightarrow \boxed{f(x) = \frac{|3x-1|}{x-3}}$

---

9)

ب) $x + \frac{1}{x} = t \qquad t^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)}_{t}$

$\Rightarrow t^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3t \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t$

$f(t) = t^3 - 3t \qquad \boxed{f(x) = x^3 - 3x}$

---

10)

$x \geq 0$

$g(f(x)) = 0 \qquad g(x) = 0$

$\hookrightarrow x_1 = 1$

$\hookrightarrow x_2 = 2\sqrt{2}$

$f(x) \begin{cases} x_1 = 1 & x\sqrt{x} = 1 \quad x_1' = 1 \\ x_2 = 2\sqrt{2} & x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \quad x_2' = 2 \end{cases}$

$x_2' - x_1' = 2 - 1 = 1$