۲۰

نام و نام خانوادگی ....نیکتا صوبیبوری........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس c

۱

$f(\underbrace{f(\tfrac{2}{3})}_{\frac{2}{3}}) \to \frac{2}{3}<1 \to \cot\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}\to \sqrt{3}$

$\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}=2$ حاصل

۵

۲

الف) $f(g(x)) \to f(g(\frac{\pi}{3})) \to g(\frac{\pi}{3}) = 2\cos^2\frac{\pi}{3} \to 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \to f(\frac{1}{2}) \Rightarrow$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}, x=2$

$\sqrt{\frac{2\times 2-1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ حاصل

۵

ب) $f(g(\sqrt{2})) \Rightarrow g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{-1} \Rightarrow -2-\sqrt{2} \to f(-2-\sqrt{2}) = [-2-\sqrt{2}]$

$1.4\ldots$

$[-3.4\ldots] = -4$ حاصل

۳

$g(f(x)) \Rightarrow f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$ حاصل

۵

۴

الف) $f(g(x)) = g\begin{cases} 4\to 6 \xrightarrow{f} 5 \\ 2\to 4\to 5 \\ 6\to 8\to 12 \\ 8\to 10\to 12 \end{cases} \Rightarrow f(g(x)) = \{(4,5)(2,5)(6,12)(8,12)\}$

ب) $g(f(x)) \Rightarrow f\begin{cases} 4\to 5\to \times \\ 6\to 5\to \times \\ 8\to 12\to \times \\ 10\to 12\to \times \end{cases} = \varnothing$ جواب ندارد

ج) $f(f(x)) = f\begin{cases} 6\to 5 \\ 6\to 5 \\ 8\to 12 \\ 10\to 12 \end{cases}$ $\times$ جواب ندارد $= \varnothing$

۵

د) $g(g(x))\ g\begin{cases} 4\to 6\to 8 \\ 2\to 4\to 6 \\ 6\to 8\to 10 \\ 8\to 10\to \times \end{cases} \Rightarrow g\circ g = \{(4,8)(2,6)(6,10)\}$

۵

$f(g(x)) \to gx\{\underset{a}{4} \to z \to 2 \Rightarrow z=3$ عضو $f(x)$ است. $\Rightarrow a=4$

$g(f(x)) \Rightarrow f(x)\{4\to 5\to 1 \to b=5$. $(a,b)=(4,5)$

۵

Scanned with CamScanner

$f(x)=ax+b \longrightarrow a(ax+b)+b=a^2x+ab+b=4x+3 \rightarrow \begin{cases} a=2 - 2b+b=3 \rightarrow b=1 \\ a=-2 \rightarrow -2b+b=-b=3 \rightarrow b=-3 \end{cases}$

$g(x)=a'x+b' \rightarrow a'(2x+3)+b'=3x-2$

$2a'x+\underbrace{3a'+b'}_{-2}=3x-2 \rightarrow 2a'=3 \rightarrow a'=\frac{3}{2} , b'=\frac{-13}{2}$ (۲) ۶

$3\times\frac{3}{2}+b'=-2 \rightarrow 4.5+b'=-2 \rightarrow b'=-6.5$

$g(x)=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}$

جواب هر دو یکی می‌شود

$f(x) \rightarrow \begin{cases} 2x+1 \rightarrow 2(2x+1)+1 \rightarrow 4x+3 \\ -2x-3 \rightarrow -2(-2x-3)-3 \rightarrow 4x+3 \end{cases}$ درست $\Rightarrow \begin{cases} g(\underset{2x+1}{f(-1)})=\frac{3}{2}(-1)-\frac{13}{2}=\frac{-3-13}{2}=-8 \\ g(\underset{-2x-3}{f(-1)})=\frac{3}{2}(-1)-\frac{13}{2}=\frac{-3-13}{2}=-8 \end{cases}$

$g(x)=\frac{1}{x(x-4)} \Rightarrow \frac{1}{\underset{\neq 0}{\sqrt{x+|x|}}\,(\underset{\neq 4}{\sqrt{x+|x|}}-4)}=0 \rightarrow \sqrt{x+|x|}=4 \rightarrow x+|x|=16 \rightarrow \boxed{x=8}$ (۲) ۷

$\sqrt{x+|x|}\geq 0 \rightarrow x+|x|\geq 0 \rightarrow R^+ \quad \Rightarrow (0,+\infty)-\{8\} \Rightarrow R^+-\{8\}$

$+$ ✓

$-$ ×

0 ✓

$f(f(x))+g(f(x))= \quad 1-x^2\geq 0 \quad \frac{-1 \quad +1}{-\;\;+\;\;-}$

$x\geq 0 \rightarrow [0,+\infty)=D_g$

$\{x\in D_f , f(x)\in D_{(f+g)}\} \Rightarrow \{-1\leq x\leq 1 , 0\leq\sqrt{1-x^2}\leq 1\} \rightarrow [-1,1]$ (۲) ۸

$-1\leq x\leq 1$

$D((f+g)of)$

الف) $\frac{3x+1}{x-2}=t \rightarrow x=-\frac{-2t-1}{t-3} \rightarrow \frac{2t+1}{t-3} \Rightarrow 4\left(\frac{2t+1}{t-3}\right)+5 \rightarrow 4\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)+5$ (۲)

$\frac{8x+4+5x-15}{x-3}=\frac{13x-11}{x-3}$ ۹

ب) $x+\frac{1}{x}=t \quad (x+\frac{1}{x})^3=x^3+\frac{1}{x^3}+3(x+\frac{1}{x}) \Rightarrow t^3=x^3+\frac{1}{x^3}+3t$

$f(t)=t^3-3t \rightarrow \boxed{f(x)=x^3-3x} \quad \leftarrow t^3-3t \rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}$

$x\sqrt{x}=1 \rightarrow x=1$ (۲)

$x\sqrt{x}=2 \rightarrow x=2$

حاصل $(1)=2-1$ ۱۰