آیسان زمانی . دب

۱) در تابع $f(x) = \begin{cases} \cot \frac{\pi x}{4} & ; x \leq 1 \\ \sqrt{x^2+1} & ; x > 1 \end{cases}$ مقدار $f \circ f(\frac{2}{3})$ کدام است؟

$f(\frac{2}{3}) = \cot \quad \frac{2}{3} \times \frac{\pi}{4} \rightarrow \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

$f \circ f(\frac{2}{3}) = \sqrt{3+1} = 2$

۲)

الف) $f(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ ، $g(x) = 2\cos^2 x$ $\quad f \circ g(\frac{\pi}{3})$

$g(\frac{\pi}{3}) \rightarrow 2\cos^2 \frac{\pi}{3} \quad 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2 \times 2 - 1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $f(x) = [x]$ ، $g(x) = \frac{x}{1-x}$ مقدار $f \circ g(\sqrt{2})$ را بدست آورید؟

$g(\sqrt{2}) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$f(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}) = [\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}] = [\frac{(\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{1-2}] = -4$

۳)

$f(x) = \sin x$ ، $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ $\quad g \circ f(\frac{\pi}{4})$ 45°

$\sin 45^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \quad g \circ f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}}$ $\quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

۴)

الف) $f \circ g(x) \; \{(4,5),(3,5),(9,12),(8,12)\}$

ب) $g \circ f(x) = \varnothing$

ج) $f \circ f(x) = \varnothing$

د) $g \circ g(x) = \{(4,8),(9,10),(3,9)\}$

(۳

$f = \{(۲,۱),(۳,۲),(۴,۵),(۱,۷)\}$ $\quad g = \{(۱,۲),(۳,۱),(a,۳),(b,۱)\}$

$(۴,۲) \in fog$ $\quad (۴,۱) \in gof$ $\quad (a,b) = ?$

$۴,۲ \in fog$ $\quad (۴,۱) \in gof$ $\quad \boxed{(۴,۵)}$ $\quad b = ۵$

$f(g(۴)) = ۲$ $\quad g(\underbrace{f(۴)}_{۵}) = ۱$ $\quad a = ۴$

$g(a) = ۳ \to a = ۴$

(۴

$f(f(x)) = ۴x+۳$ و $g(۲x+۳) = ۳x-۲$

$gof(-۱) = ?$ $\quad fof = ۴a+۳$

$a(ax+b)+b = ax^۲ + (ab+b) = ۴x+۳ \to a = ۲ \quad b = ۱ \quad ۲x+۱$

$a = -۲ \quad b = -۳ \quad -۲x-۳$

$\frac{۳}{۲}(۲x+۱) = \frac{۳}{۲} \to -۸$

$f(-۱) = -۸$

$\frac{۳}{۲}(-۲x-۳) - \frac{۳}{۲} \to -۸$

(۵

اول) $\frac{۳x+۱}{x-۲} = t \to x = \frac{-۲t-۱}{t-۳}$

$f(x) = ۴\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) + ۵ \to \frac{۱۳x-۱۱}{x-۲}$

دوم) $x^۳ + \frac{۱}{x^۳} + ۳x^۲\frac{۱}{x} + ۳x\frac{۱}{x^۲} -$

$(x+\frac{۱}{x})^۳ - ۳(x+\frac{۱}{x}) = x^۳ + \frac{۱}{x^۳}$

$\to f(x) = x^۳ - ۳x$

(۶

$(b,۰) \in g, (۲\sqrt{۲},۰) \in g$

$gof(x) = ۰$ $\quad gof(x) = ۰ \to g(f(x)) = g(x\sqrt{x}) = ۰$

$x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \to x = ۲$

$x\sqrt{x} = ۱ \to x = ۱ \to (b,۰) \in gof$

$(۲,۰) \in gof \to$ گزینه ۱

(۷

$f(x) = \sqrt{x+|x|}$ $\quad g(x) = \frac{۱}{x^۲-۲x}$ $\quad , D_{gof}$

$g(x) = \frac{۱}{x^۲-۲x}$ $\quad \frac{۱}{(\sqrt{x+|x|})(\sqrt{x+|x|}-۲)} =$ $\quad ۰ \quad ۸ \quad - \quad + \to D = (۰,+\infty) - \{۸\}$

(۸

$f(x) = \sqrt{۱-x^۲}$ $\quad g(x) = \sqrt{x}$ $\quad fof + fog$

$\sqrt{x} + \sqrt{۱-x^۲} \to \sqrt{x^۲} + \sqrt{\sqrt{۱-x^۲}}$ $\quad - \quad + \quad -$

$x \geq ۰$ $\quad [-۱,۱]$

$[-۱,۰]$