آیناز ...

19

۱) در تابع $f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{4} & ; x\le 1\\ \sqrt{x^2+1} & ; x>1\end{cases}$ مقدار $f\circ f(\frac{3}{4})$ کدام است؟ (2)

$f(\frac{3}{4}) = \cot \frac{3}{4}\times\frac{\pi}{4} \to \cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

$f\circ f(\frac{3}{4}) = \sqrt{3+1} = 2$

۲)

الف) $f(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$, $g(x) = 2\cos^2 x$ (2)

$f\circ g(\frac{\pi}{3})$

$g(\frac{\pi}{3}) \to 2\cos^2\frac{\pi}{3}$ $\quad 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2\times 2-1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $f(x) = [x]$, $g(x) = \frac{x}{1-x}$ مقدار $f\circ g(\sqrt{2})$ را بدست آورید؟

$g(\sqrt{2}) \to \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$f(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}) = [\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}] = [\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{1-2}] = -4$

۳) (2)

$f(x) = \sin x$, $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ $\quad g\circ f(\underbrace{\frac{\pi}{4}}_{45^\circ})$

$\sin 45^\circ \to \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad g\circ f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}}$ $\quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

۴) (2)

الف) $f\circ g(x)$ $\{(1,5),(3,5),(4,12),(8,12)\}$

ب) $g\circ f(x) = \varnothing$

ج) $f\circ f(x) = \varnothing$

د) $g\circ g(x) = \{(1,8),(4,10),(3,4)\}$

۵)

$f = \{(۴,۱),(۳,۲),(۵,۰),(۱,۷)\}$ $\qquad$ $g = \{(۱,۲),(۳,۱),(a,۳),(b,۱)\}$

۵

$(۴,۲) \in fog$ $\qquad$ $(۴,۱) \in gof$ $\qquad$ $(a,b) = ?$

$۲,۲ \in fog$ $\qquad$ $(۲,۱) \in gof$ $\qquad$ $\boxed{(۴,۵)}$ $\qquad$ $b = ۵$

$f(g(۲)) = ۲$ $\qquad$ $g(\underbrace{f(۴)}_{۵}) = ۱$ $\qquad$ $a = ۴$

$g(a) = ۳ \to a = ۴$

۶)

$f(f(x)) = ۴x+۳$ و $g(۲x+۳) = ۳x-۲$

$gof(-۱) = ?$ $\qquad$ $fof = ۴a+۳$

$a(ax+b)+b = ax^۲ + (ab+b) = ۴x+۳ \to a = ۲$ $\quad b = ۱$ $\quad ۲x+۱$

$a = -۲$ $\quad b = -۳$ $\quad -۲x-۳$

۵

$\frac{۳}{۲}(۲x+۱) - \frac{۳}{۲} \to -۸$

$f(-۱) = -۸$

$\frac{۳}{۲}(-۲x-۳) - \frac{۳}{۲} \longrightarrow -۸$

۹)

(۲) $x^۳ + \frac{1}{x^۳} + ۳x^۲\frac{1}{x} + ۳x\frac{1}{x^۲} - $

$(x+\frac{1}{x})^۳ - ۳(x+\frac{1}{x}) = x^۳ + \frac{1}{x^۳}$

$\to f(x) = x^۳ - ۳x$

(۱) $\frac{۲x+۱}{x-۲} = t \to x = \frac{۲t-۱}{t-۲}$

$f(x) = ۴\left(\frac{۲x+۱}{x-۲}\right) + ۵ \to \frac{۱۳x-۱۱}{x-۲}$

۵

۱۰)

$(b,۰) \in g$, $(۲\sqrt{۲},۰) \in g$ ①

$gof(x) = ۰$ $\qquad$ $gof(x) = ۰ \to g(f(x)) = g(x\sqrt{x}) = ۰$
$\begin{cases} x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \to x = ۲ \\ x\sqrt{x} = ۱ \to x = ۱ \end{cases} \to (b,۰)$

$(۲,۰) \in gof$, $(۱,۰) \in gof \to$ ① نیز

۵

۷)

$f(x) = \sqrt{x+|x|}$ $\qquad$ $g(x) = \frac{1}{x^۲-۲x}$ $\qquad$ D_{gof}

۵

$g(x) = \frac{1}{x^۲-۲x}$ $\qquad$ $\frac{1}{(\sqrt{x+|x|})(\sqrt{x+|x|}-۲)} =$

$۰ \quad ۸$

$\to D = (۰,+\infty) - \{۸\}$

۸)

$f(x) = \sqrt{1-x^۲}$ $\qquad$ $g(x) = \sqrt{x}$ $\qquad$ $fof + fog$

①

$\sqrt{x} + \sqrt{1-x^۲} \to \sqrt{x^۲} + \sqrt{\sqrt{1-x^۲}}$

$D_f: -1 \leq x \leq 1 \cap D_g: x \geq ۰$

$\to [-۱,۱]$

$x \geq ۰$

$[-۱,۱]$

$۰ \leq \sqrt{1-x^۲} \leq 1 \to x^۲ \geq ۰$ ✓

$[-۱, ۰]$

$D_{(f+g)of} = [-1,1]$