۱)

$fof\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ $\quad \cot \frac{\pi x}{4} \rightarrow \cot \frac{\pi \frac{2}{3}}{4} \rightarrow \cot \frac{\pi}{6} = \rightarrow \sqrt{3}$

$f(\sqrt{3}) = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

$fof\left(\frac{2}{3}\right) = \boxed{2}$

۲)

$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}$ $\quad g(x) = 2\cos^2 x \rightarrow g\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\cos^2\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{2} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 2$ $\quad \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

الف)

$fog(\sqrt{2}) = f(g(\sqrt{2})) \rightarrow g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right) = \left[\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right] = \boxed{-4}$

1,4

1,4

ب)

$gof\left(\frac{\pi}{4}\right) = g\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $\quad f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{1}{2}}$

۳)

الف / $fog = \{(4,5)(3,5)(6,12)(8,12)\}$

۴)

ب $gof = \varnothing$

ج $fof = \varnothing$

د $gog = \{(4,8)(3,6)(6,10)\}$

۵)

$(4,2) \in fog$

$(4,1) \in gof$ $\quad g = \{(1,2)(3,1)(a,3)(b,1)\}$ $\quad f = \{(4,1)(3,2)(4,5)(1,7)\}$

$g\{(a,3)\} \rightarrow a = 4$

$\rightarrow (a,b) = (4,5)$

$g\{(b,1)\} \rightarrow b = 5$

شهرزاد شوشتری

(۶

$fof = ۴x + ۳ \qquad f = ax+b \rightarrow fof = a(ax+b)+b \rightarrow a^۲x + ab + b = ۴x+۳$

$a = \pm ۲ \rightarrow b = ۱ , -۳$

$g(۲x+۳) = ۳x-۴ \rightarrow ۲x+۳ = t \rightarrow x = \frac{t-۳}{۲} \rightarrow ۳\left(\frac{t-۳}{۲}\right) - ۴$

$\frac{۳t-۹-۴}{۲} = \frac{۳t-۱۳}{۲} \rightarrow g(x) = \frac{۳x-۱۳}{۲}$

$f = ۲x+۱ = -۲+۱ = -۱ \rightarrow g(-۱) = \frac{-۳-۱۳}{۲} = \frac{-۱۶}{۲} = -۸$

(۷

$g(x) = \frac{۱}{x^۲-۴x} \qquad f(x) = \sqrt{x+|x|}$

$x \in D_f , f(x) \in D_g \rightarrow D_f \Rightarrow x+|x| \geq ۰ \quad |x| \geq -x \rightarrow R$

$D_g \rightarrow x^۲-۴x \neq ۰ \rightarrow x(x-۴) \neq ۰ \rightarrow x \neq ۰,۴$

$f(x) \neq ۰,۴ \rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq ۰ \rightarrow f(x) \neq (-\infty, ۰]$

$\sqrt{x+|x|} \neq ۴ \rightarrow x+|x| \neq ۱۶ \rightarrow x \neq ۸$

$\xrightarrow{\cap} D_{gof} = (۰, +\infty) - \{۸\}$

(۸

$x \in D_f , f(x) \in D_{(f+g)} \rightarrow D_f \rightarrow ۱-x^۲ \geq ۰ \quad x^۲ \leq ۱ \rightarrow -۱ \leq x \leq ۱$

$D_g \rightarrow |x| \geq ۰ \qquad D_{g+f} \rightarrow [۰,۱] \qquad fx \in [۰,۱] \quad ۰ \leq \sqrt{۱-x^۲} \leq ۱ \qquad \xrightarrow{\cap} D_{(f+g)of} = [۰,۱]$

$۰ \leq ۱-x^۲ \leq ۱ \rightarrow -۱ \leq -x^۲ \leq ۰ \rightarrow ۰ \leq x^۲ \leq ۱ \rightarrow ۰ \leq x \leq ۱ \rightarrow [۰,۱]$

مهرزاد شوشتری

الف) ۹)

$f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right) = 4x+5 \qquad \frac{3x+1}{x-2} = t \to x = \frac{-(-2t-1)}{t-3} = \frac{2t+1}{t-3} \to$

$F\left(\frac{2t+1}{t-3}\right)+5 \Rightarrow \frac{8t+4+5t-15}{t-3} = \frac{13t-11}{t-3} \to \boxed{f(x) = \frac{13x-11}{x-3}}$

ب)

$f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^3+\frac{1}{x^3} \to x+\frac{1}{x} = t \qquad x^3+\frac{1}{x^3}+3\underbrace{\left(x+\frac{1}{x}\right)}_{t} = t^3$

$x^3+\frac{1}{x^3} = t^3-3t \to f(x) = x^3-3x$

$x\sqrt{x} = 1 \to x = 1$

$x\sqrt{x} = 2 \to x = 2 \to 2-1 = 1$ ۱۰)