حل تمارین

تکلیف ۹:

$f(x) = \begin{cases} \cot \frac{\pi x}{4} & x \leq 1 \\ \sqrt{x^2+1} & x > 1 \end{cases}$

1- $\frac{\cot \pi \times \frac{\pi}{3}}{4} \,,\ \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

2- $\sqrt{3} \geq 1 \rightarrow \sqrt{(\sqrt{3})^2+1} = \sqrt{4} = 2$

$fof(\frac{\sqrt{3}}{3}) = ?$

2- الف) $fog(\frac{\pi}{3}) \rightarrow f(g(\frac{\pi}{3})) \rightarrow g(\frac{\pi}{3}) = 2\cos^2(\frac{\pi}{3}) = 2 \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $fog(\sqrt{2}) \rightarrow g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{-1} = -(\sqrt{2}+2)$

$f(-\sqrt{2}-2) = [-3.4...] = [-4...] = -4 \qquad fog(\sqrt{2}) = -4$

3- $f(x) = \sin x$

$g(x) = x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$f(x) = \sin x \rightarrow gof(\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45^\circ \qquad gof(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

4- الف) fog

$4 \xrightarrow{g(x)} 6 \xrightarrow{f(x)} 5$

$2 \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f} 5$

$6 \xrightarrow{g} 8 \xrightarrow{f} 12$

$8 \xrightarrow{g} 10 \xrightarrow{f} 12$

$fog = \{(4,5), (2,5), (6,12), (8,12)\}$

ب) gof

$4 \xrightarrow{f(x)} 5 \xrightarrow{g(x)} \alpha \qquad 8 \xrightarrow{f} 12 \xrightarrow{g} \alpha$

$6 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g(x)} \alpha \qquad 10 \xrightarrow{f} 12 \xrightarrow{g} \alpha$

$gof = \emptyset$

حمید علیزاده پور

ج) fof $\quad$ ۳ $\xrightarrow{f(x)}$ ۵ $\xrightarrow{f(x)}$ ۷ $\quad fof = \emptyset$ $\quad$ -۳

۷ $\rightarrow$ ۵ $\rightarrow$ ۹

۸ $\rightarrow$ ۱۲ $\rightarrow$ ۹

۱۰ $\rightarrow$ ۱۲ $\rightarrow$ ۹

د) gog $\quad$ ۳ $\xrightarrow{g(x)}$ ۷ $\xrightarrow{g(x)}$ ۸ $\quad gog = \{(۳,۸), (۲,۷), (۹,۱۰)\}$

۲ $\rightarrow$ ۳ $\rightarrow$ ۷

۹ $\rightarrow$ ۸ $\rightarrow$ ۱۰

۸ $\rightarrow$ ۱۰

$f = \{(۲,۱), (۳,۲), (۳,۵), (۱,۷)\}$ $\quad$ -۵

$g = \{(۱,۲), (۲,۱), (a,۲), (b,۱)\}$

$fog \Rightarrow$ ۱ $\xrightarrow{g(x)}$ ۲ $\xrightarrow{f(x)}$ ۱

۳ $\rightarrow$ ۱ $\rightarrow$ ۱

a $\rightarrow$ ۲ $\rightarrow$ ۲ $\rightarrow (۳,۲) \rightarrow a = ۳$

b $\rightarrow$ ۱ $\rightarrow$ ۷

$g(f(x)) = ۱ \rightarrow f(x) = ۵ = b$ $\quad a = ۳, b = ۵ = (۳,۵)$

$fof = f(ax+b) \Rightarrow a(ax+b)+b \Rightarrow fof = a^2x + ab + b = ۳x + ۲ \Rightarrow$ -۶

$f(x) = -۲x - ۳$ or $f(x) = ۲x + ۱$

$x = -۱ \rightarrow f(-۱) = -۱ \quad g(x+۲) = ۲x - ۲$

$g(-۱)$? $\rightarrow x - ۲ = -۱ \rightarrow$ ~~x=۱~~ ~~g(...)~~

$x = -۳ \quad g(-۱) = -۸ \quad\quad gof(-۱) = -۸$

$(xe^{\frac{1}{x}})^{۳} = ۳(xe^{\frac{1}{x}}) \longrightarrow t^{۳} - ۳t = f(t) \to f(x) = x^{۳} - ۳x$

$xe^{\frac{1}{x}} = e$

۱۵ - اضافات طول ۱ = ۲/۱ $\quad g(1) = ۵$

همین الصدرین $\quad g(۲\sqrt{۲}) = ۵$

$f(x) = x\sqrt{x} \to x\sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱$

$x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \longrightarrow x = ۲$