یازدهم ریاضی

بنام خداوند دانش

۲۰

Subject: ( مشق تعطیلی )

Date: پرنیا فاتحیان

①

$$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{4} & : x\le 1\\ \sqrt{x^2+1} & : x>1\end{cases}$$

$f(f(\frac{2}{3}))$ $\qquad \frac{2}{3}<1 \Rightarrow f(\frac{2}{3})=\cot\frac{\pi\times 2}{\underset{2}{\cancel{4}}\times 3}=\cot\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow \sqrt{3}>1 \quad f(\sqrt{3})=\sqrt{\underbrace{(\sqrt{3})^2+1}_{4}}=2$

۲

الف) $f(\frac{1}{x})=\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ ، $g(x)=2\cos^2 x$

$f(g(x))$ $\qquad f(g(\frac{\pi}{3}))$ $\qquad g(\frac{\pi}{3})=2\underbrace{\cos^2\frac{\pi}{3}}_{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})\Rightarrow x=2\Rightarrow\sqrt{\frac{2\times2-1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) اگر $f(x)=[x]$ و $g(x)=\frac{x}{1-x}$

$f(g(\sqrt{2}))=$

$g(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-\sqrt{2}-2$

$f(\underbrace{-\sqrt{2}-2}_{\substack{-1/4-2\\ -3/4}})=[-3/4]=-4$

Arman

بنام خداوند دانش

Subject : (          )                    Date : ..........

۳) $f(x)=\sin x \qquad g(x)=x\sqrt{1-x^2}$

۲

$$g(f(\frac{\pi}{4}))=$$

$$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\underbrace{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}_{\frac{2}{4}}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{1}{2}$$

۴) $f(x)=\{(4,5),(6,5),(8,12),(10,12)\}$

$g(x)=\{(4,6),(2,4),(6,8),(8,10)\}$

۲

الف) $fog(x)=\{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$

ب) $gof(x)=\varnothing$

ج) $fof(x)=\varnothing$

د) $gog(x)=\{(4,8),(2,6),(6,10),\cancel{8}\}$

۵) $(\overset{4}{a},\overset{5}{b})$

$f=\{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\} \qquad (4,2)\in fog$

۲

$g=\{(1,3)\,(3,1)\,(a,3)\,(b,1)\} \qquad (4,1)\in gof$

$$f(g(a))=2 \Rightarrow g(4)=3 \Rightarrow a=4$$

$$g(\underbrace{f(4)}_{5})=1 \Rightarrow g(5)=1 \Rightarrow b=5$$

به نام خداوند دانش

Subject : (  )  Date : ............

6)

$f(f(x)) = 4x+3$

$f, g$ خطی

$g(2x+3) = 3x-2$

$f(x) = ax+b$

$g(x) = cx+d$

$\Rightarrow \boxed{g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{13}{2}}$

$gof(-1)$

$f(f(x)) = a(ax+b)+b$

$= \underbrace{a^2}_{4}x + \underbrace{ab+b}_{3}$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$

$ab+b=3$

$b(a+1)=3$

$\Rightarrow a=2 \quad b(3)=3 \Rightarrow \boxed{b=1} \quad \boxed{2x+1}$

$\Rightarrow a=-2 \quad b(-1)=3 \Rightarrow \boxed{b=-3} \quad \boxed{-2x-3}$

$g(2x+3) = c(2x+3)+d = \underbrace{2cx}_{3x} + \underbrace{3c+d}_{-2}$

$2c = 3 \Rightarrow \boxed{c = \frac{3}{2}}$

$3c+d = -2 \Rightarrow 3\left(\frac{3}{2}\right)+d = -2$

$\frac{9}{2}+d=-2$

$g(\underbrace{f(-1)}_{-1}) \Rightarrow g(-1) = -\frac{3}{2} - \frac{13}{2} = -\frac{16}{2} = -8$

$d = -\frac{\cancel{2}}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{13}{2}$

$f(-1) = \underbrace{2(-1)+1}_{-1} \quad \text{يا} \quad \underbrace{-2(-1)-3}_{-1}$

بنام خداوند دانش

Subject: (   )   Date:

۷

$g(f(x)) \Rightarrow D_g \Rightarrow x^2-4x \neq 0 \Rightarrow x(x-4) \neq 0$

$\boxed{x \neq 0,4}$

۲

$f(x) \neq 0,4 \qquad \sqrt{x+|x|} \neq 0,4$

$x+|x|$: $x-x=0$ | $0$ | $2x$

$x+|x| \neq 0 \Rightarrow$ $\boxed{x \notin (-\infty,0]}$

$x+|x| \neq 16 \Rightarrow 2x \neq 16$

$\Rightarrow \boxed{x \neq 8}$

$D_{gof} = (0,+\infty) - \{8\}$

۸

$f(x) = \sqrt{1-x^2} \qquad g(x) = \sqrt{x}$

$(f+g)of = f+g(f(x)) \qquad f+g = \sqrt{1-x^2}+\sqrt{x}$

$D_{f+g} = 0 \leq x \leq 1$

۲

$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow (1-x)(1+x) \geq 0$

$-1 \quad 1$: $- \mid + \mid -$

$\left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{matrix}\right\} \cap \quad 0 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1-x^2 \leq 1$

$-1 \leq -x^2 \leq 0$

$\Rightarrow 1 \geq x^2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} 0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq x \leq 0 \end{matrix}}$

$D_{(f+g)of} = [-1,1]$

Arman

به نام خداوند دانش

Subject : (                    )                                                          Date : ..................

الف) $f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x+۵$ ⑨

$t = \frac{۳x+۱}{x-۲} \Rightarrow x = \frac{-(-۲t-۱)}{t-۳} = \frac{۲t+۱}{t-۳}$ ②

$f(t) = ۴x+۵ = ۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right)+۵ = \frac{۸t+۴}{t-۳} + \frac{۵t-۱۵}{t-۳}$

$= \frac{۱۳t-۱۱}{t-۳} \Rightarrow f(x) = \frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}$

ب) $f(x+\frac{۱}{x}) = x^۳+\frac{۱}{x^۳} = (x+\frac{۱}{x})^۳ - ۳x(\frac{۱}{x})(x+\frac{۱}{x})$

$x+\frac{۱}{x} = t$

$= t^۳-۳t$

$f(t) = t^۳-۳t \Rightarrow f(x) = x^۳-۳x$

⑩

$g(f(x)) = ۰ \Rightarrow f(x) = ۱$ یا $۲\sqrt{۲}$ ② 

$x\sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱$          $۲-۱ = ۱$

$x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x = ۲$

Arman