به نام خدا

۲۰

ملا محمدی

۱ـ

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$ $\quad 1-x^2 \geq 0 \longrightarrow -1 \leq x \leq 1$

۲

$g(x)=\{(-1,1),(0,4),(2,0),(1,2)\}$

$2g-3f=\{(-1,2),(0,5),(1,4)\}$

$2g(-1)-3f(-1)=2\times 1-3\times 0=2$

$2g(0)-3f(0)=2\times 4-3\times 1=5$

$2g(1)-3f(1)=2\times 2-3\times 0=4$

$2+5+4=11$

۲ـ

۲

$f(x)=2x-1 \quad D_f=[3,+\infty) \quad R_f=[5,+\infty)$

$g(x)=\frac{1}{3}x+3 \quad D_g=(-\infty,3] \quad R_g=(-\infty,4]$

$R_f \cup R_g=\mathbb{R}-(4,5)$

۳ـ

$y=\frac{-x^2}{2}+x+3$

۲

$-\frac{x^2}{2}+x+3>\frac{3}{2} \longrightarrow -\frac{x^2}{2}+x+\frac{3}{2}>0 \xrightarrow{\times -2} x^2-2x-3<0$

$(x-3)(x+1)<0 \quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 3 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \longrightarrow (-1,3)=(a,b)$

$\text{Max}\ \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases} \quad \sqrt{b-a} \xrightarrow{\text{Max}} \sqrt{b-a}=\sqrt{3-(-1)}=2$

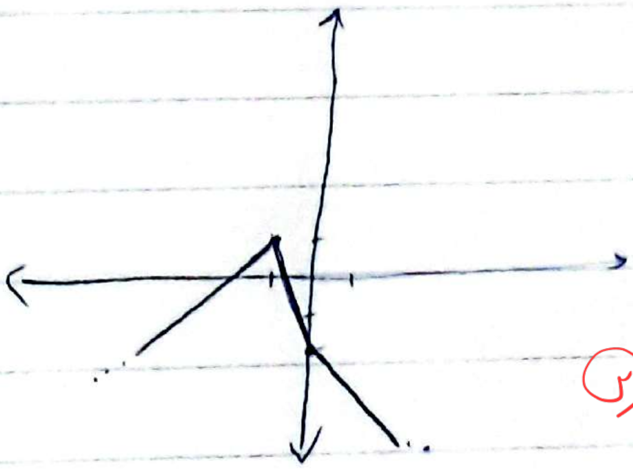
۴- $y = |x-1| + |x-3| + |2x-4|$

$\Rightarrow \min = \boxed{2}$ ۳

	۱	۲	۳	
$\underbrace{1-x+3-x+4-2x}_{-4x+8}$				
	$\underbrace{x-1+3-x+4-2x}_{-2x+6}$			
		$\underbrace{x-1+3-x+2x-4}_{2x-2}$		
			$\underbrace{x-1+x-3+2x-4}_{4x-8}$	
	۴	۲	۴	

۵- $y = |x| - 2|x+1|$

	-1		0	
$\underbrace{-x+2x+2}_{x+2}$		$\underbrace{-x-2x-2}_{-3x-2}$		$\underbrace{x-2x-2}_{-x-2}$
	1		-2	



۲

$R_f = (-\infty, 1]$

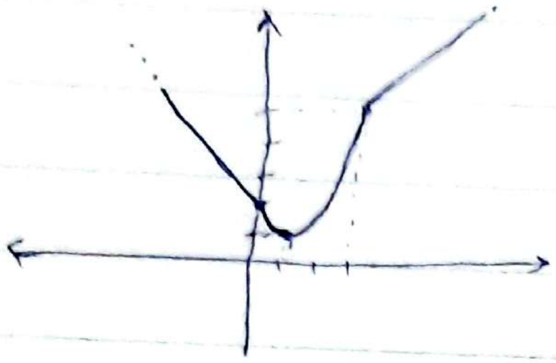
۶- $y = \dfrac{x^2+5x+m}{x+1}$ $\qquad yx + y = x^2 + 5x + m \to x^2 + (5-y)x + m - y = 0$

$\Delta \geq 0 \to y^2 - 10y + 25 - 4m + 4y \geq 0 \to y^2 - 6y + 25 - 4m \geq 0$ ۲

همیشه $\to 36 - 4(25-4m) \leq 0 \to m \leq 4 \xrightarrow[\text{چون ۱- در دامنه نیست بنابراین ۳ در بردش نیست}]{\text{فوق } m=4} m = \{1, 2, 3\}$

۳ عدد طبیعی

۷– $f(x) \begin{cases} x+۲ , & x \geq ۳ \\ x^۲ - ۲x + ۲ , & ۰ \leq x < ۳ \\ |x| + ۲ , & x < ۰ \end{cases}$ $\quad \frac{۲}{۲} = ۱ \quad ۱ - ۲ + ۲ = ۱$ $\quad \longrightarrow -x + ۲$



$R_f = [۱ , +\infty)$ ۲

۸– $f(x) \begin{cases} x^۲ + ۴x + ۳ , & x \leq ۰ \\ [۲x] - ۲x , & x > ۰ \end{cases}$ $\quad \frac{-۴}{۲} = -۲ \quad f(-۲) = -۱ \longrightarrow R_۱ = [-۱ , +\infty)$

$\longrightarrow R_۲ = [-۱ , ۰]$

$R_۱ \cup R_۲ = [-۱ , +\infty)$ ۲

۹– $y = a + ۱ - \sqrt{۲x+۳}$

$۲x + ۳ \geq ۰ \longrightarrow x \geq -\frac{۳}{۲} \longrightarrow D_f = [-\frac{۳}{۲} , +\infty) \quad b = \frac{-۳}{۲}$ ۲

$\overbrace{a + ۱ - \underbrace{\sqrt{۲x+۳}}_{[۰ , +\infty)}}^{(-\infty , a+۱]} \longleftrightarrow a = ۴ \qquad ab = -۶$

۱۰– $f(x) + g(x) = ۳\sqrt{۲ + ۲\sqrt{۱ - x^۲}} = ۳\sqrt{(\sqrt{۱-x} + \sqrt{x+۱})^۲} = ۳\sqrt{x+۱} + ۳\sqrt{۱-x}$

$g(x) = \sqrt{x+۱} - \sqrt{۱-x}$ ۲

$y = \frac{f(x)}{۶} - \frac{g(x)}{۳} \longrightarrow \frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}\sqrt{x+۱} + \overset{۲}{\cancel{۴}}\sqrt{۱-x}}{\underset{۳}{\cancel{۶}}} - \frac{\sqrt{x+۱} - \sqrt{۱-x}}{۳} = \frac{\cancel{۳}\sqrt{۱-x}}{\cancel{۳}}$

$= \sqrt{۱-x} \longrightarrow R = [۰ , +\sqrt{۲}] , D = [-۱ , ۱]$