الیسا ملاک - تکلیف شماره ۸

۲۰

۱-

$f(x) = \sqrt{1-x^2}$ $\quad D_f = [-1,1]$

$D_{3g-2f} = \{-1, 0, 1\}$ $\quad 3g-2f = \{(-1,2)(0,5)(1,4)\}$

$R_g = \{2, 5, 4\} \longrightarrow 11$

۲

۲-

$R_f = [5, +\infty)$

$D_{min} = 2 \quad R_{min} = 5$

$R_g = (-\infty, 4] \quad D_{max} = 3 \longrightarrow R_{max} = \frac{1}{3} \times 3^2 + 3 = 6$

$R_g \cup R_f = (-\infty, 4] \cup [5, +\infty)$

۲

۳-

$-\frac{x^2}{3} + x + 3 > \frac{3}{2} \qquad -x^2 + 2x + 6 > 3 \qquad x^2 - 2x - 3 < 0$

$(x-3)(x+1) < 0$

	-1		3	
$+$	0	$-$	0	$+$

$(a, b) = (-1, 3) \qquad \sqrt{3-(-1)} = \sqrt{4} = 2$

۳

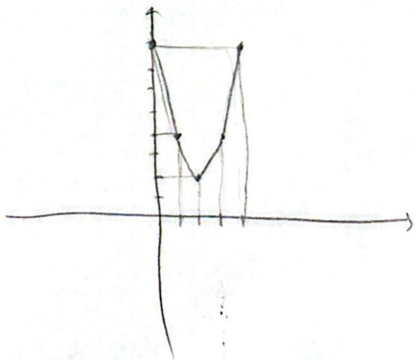
۴-

$y = |x-1| + |x-3| + |2x-4|$

	1	2	3
$1-x+3-x-2x+4$ $-4x+8$	$x-1+3-x+4-2x$ $-2x+6$	$x-1+3-x+2x-4$ $2x-2$	$x-1+x-3+2x-4$ $4x-8$

1	2	3	4	0
2	2	4	8	8

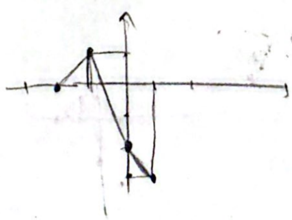
کمترین مقدار $= 2$



۲

۵-

$y = |x| - 2|x+1|$



$R = (-\infty, 1]$

	-1		
$-x+2x+2$ $x+2$	$-x-2x-2$ $-3x-2$	$x-2x-2$ $-x-2$	

0	-1	1	-2
-2	1	-3	0

۲

-۶

$y=\frac{x^2+ax+m}{x+1}$ $\quad x^2+ax+m=yx+y \quad x^2+(a-y)x+m-y$

(۳)

$x=\frac{(y-a)\pm\sqrt{(y-a)^2-4(m-y)}}{2}$ $\quad (y-a)^2-4(m-y)=y^2-10y+25-4m+4y$

$y^2-6y+25-4m$ } باید همواره مثبت باشد یعنی $\Delta<0$

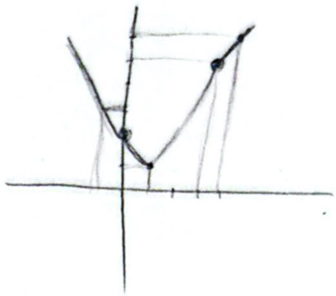
$36-4(25-4m)<0 \quad 36-100+16m<0 \quad 16m<64 \quad m<4$

$m\in\{1,2,3\}$

-۷

(۳)

$f(x)=\begin{cases} x+2 & x\geq 2\\ x^2-2x+2 & 0\leq x<2\\ |x|+2 & x<0\end{cases}$



$\min \begin{vmatrix} 1\\ 1\end{vmatrix} \quad R_f=[1,+\infty)$

-۸

(۲)

$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & x\leq 0\\ \underbrace{[2x]-2x}_{(-1,0]\ \text{II}} & x>0\end{cases} \quad \min\begin{vmatrix}-2\\-1\end{vmatrix} \quad [-1,+\infty)\ \text{I}$

$\text{I}\cup\text{II}=[-1,+\infty)$

-۹

(۲)

$y=a+1-\sqrt{2x+3}$ $\quad 2x+3\geq 0 \quad x\geq -\frac{3}{2} \quad b=-\frac{3}{2}$

بیشترین مقدار تابع زمانی اتفاق می‌افتد که رادیکال کمترین مقدار را داشته باشد. کمترین مقدار رادیکال = ۰ ، بیشترین مقدار تابع = ۵

$5=a+1-0 \Rightarrow a=4$ $\quad ab=-\frac{3}{2}\times 4=-6$

-۱۰

(۲)

$f(x)+g(x)=3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}} \qquad g(x)=2\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}-2\sqrt{x+1}-4\sqrt{1-x}$

$\frac{f(x)}{6}-\frac{2g(x)}{6}=\frac{2\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}-6\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}+4\sqrt{x+1}+8\sqrt{1-x}}{6}$

$=\frac{6\sqrt{x+1}+12\sqrt{1-x}-6\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}}{6}=\sqrt{x+1}+2\sqrt{1-x}-\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$

$D_f=D_g=[-1,1] \rightarrow \frac{f(-1)}{6}-\frac{g(-1)}{3}=\sqrt{2} \qquad \frac{f(1)}{6}-\frac{g(1)}{3}=0 \Rightarrow R=[0,\sqrt{2}]$