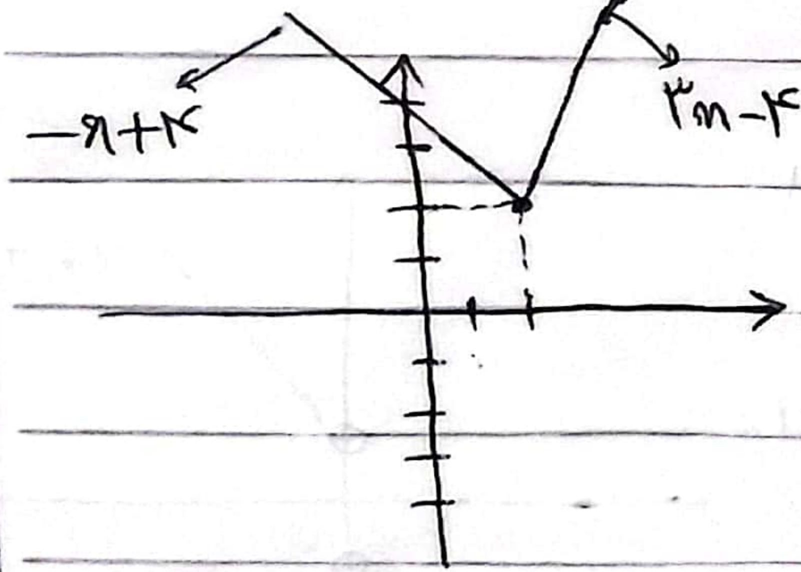
نیایش شاه نظری ۱۹٫۵ تکلیف کد ۷ یازدهم دهتری

① ۲ الف) $y = x + |2x - 4|$

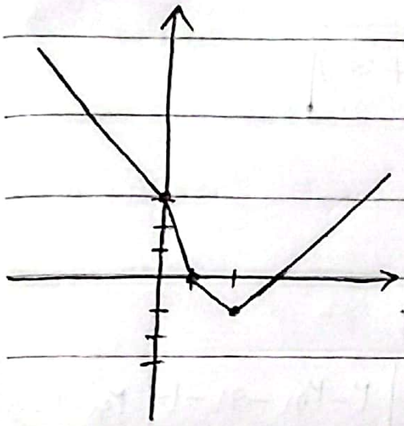
$x<2$	2	$x>2$
$x - 2x + 4 = -x + 4$		$x + 2x - 4 = 3x - 4$



$$\boxed{R_f = [2, +\infty)}$$

ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

$x<0$	0	$0<x<1$	1	$1<x<2$	2	$x>2$
$2-x+1-x+x$		$2-x+1-x-x$		$2-x+x-1-x$		$x-2+x-1-x=$
$-x+3$		$-3x+3$		$-x+1$		$x-3$
	3		0		-1	

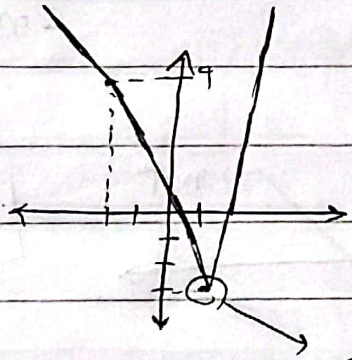


$\boxed{R_f = [-1, +\infty)}$

(2)

$|3x-3| - |x+2| = k$

$x=1$ $\quad$ $x=-2$



$x<-2$	-2	$-2<x<1$	1	$x>1$
$3-3x+x+2$		$3-3x-x-2$		$3x-3-x-2=$
$-2x+5$		$-4x+1$		$2x-5$
	$+9$		-3	

تنها عددی که به ازای فقط یک مقدار x جواب می دهد عدد -3 است

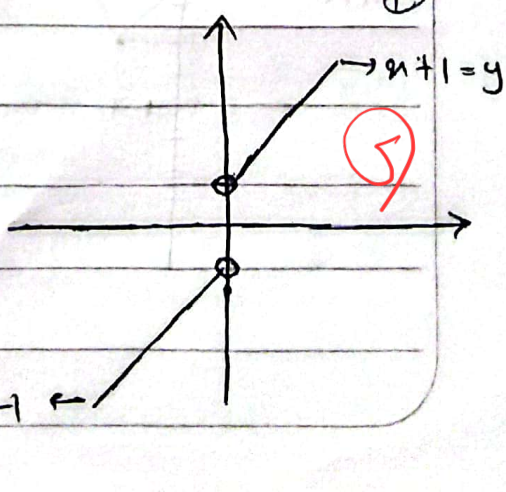
$\boxed{k=-3} \longrightarrow x=1$

(3)

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$ $\longrightarrow x>0 \longrightarrow x+1$

$\longrightarrow x<0 \longrightarrow x-1$

به ازای $x=0$ تعریف نشده است

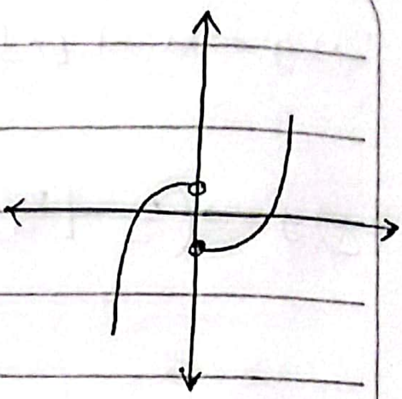


ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$\to x>0 \to x^2-1$

$\to x<0 \to -x^2+1$

$\to x=0 \to$ تعریف نشده



(۴) $[-2,2]$

الف) $y=[x]-2x$

$x=-2 \to y=2$

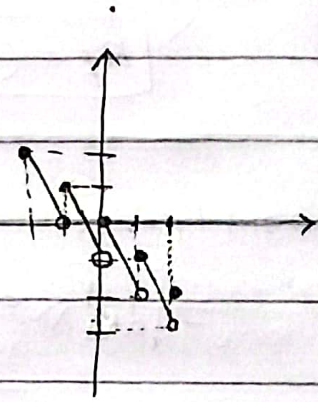
$-2\le x<-1 \to -2x-2$

$x=-1 \to y=1$

$-1\le x<0 \to -2x-1$

$x=0 \to y=0$

$0\le x<1 \to -2x$ ، $x=1 \to y=-1 \to$ $1\le x<2 \to -2x+1$ ، $x=2 \to -2$



ب) $y=[x]|x|$

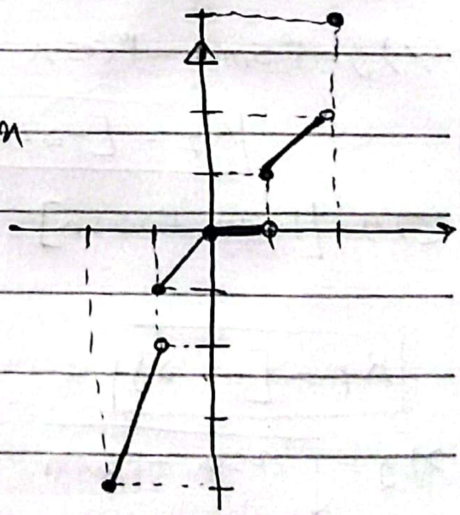
$x=-2 \to y=(-2)(2)=-4 \to -2\le x<-1 \to y=(-2)(-x)=2x$

$x=-1 \to y=(-1)(1)=-1 \to -1\le x<0 \to y=(-1)(-x)=x$

$x=0 \to y=0 \to 0\le x<1 \to y=0$

$x=1 \to y=1 \to 1\le x<2 \to y=x$

$x=2 \to y=4$



(۵) الف) $y=3x-[3x]$

$\to x\in Z \to y=0$

$\to x\notin Z \to 0<y<1$

$\boxed{R_f=[0,1)}$

ب) $y = 4x - 4[x] = 4(x-[x])$ $\qquad R_f = 4\times[0,1)$

$\boxed{R_f = [0,4)}$

ج) $y = 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) \to R_f = 5([0,1))$

$\boxed{R_f = [0,5)}$

د) $y = [2x] - 2x$

$\to \boxed{R_f = (-1,0]}$

۴

الف) $y = 3\sin x + 2\cos x$

$-\sqrt{a^2+b^2} \le a\sin x + b\cos x \le \sqrt{a^2+b^2}$ ۱٫۷۵

$-\sqrt{13} \le 3\sin x + 2\cos x \le \sqrt{13}$

$\boxed{R_f = [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]}$

ب) $y = 4\sin x - 3\cos x$ $\qquad -5 \le 4\sin x - 3\cos x \le 5$

$\boxed{R_f = [-5,5]}$

ج) $y = [2\sin x + 5\cos x]$. $\qquad -\sqrt{29} \le 2\sin x + 5\cos x \le \sqrt{29}$

$-6 \le [2\sin x + 5\cos x] \le 5$

$\boxed{R_f = [-6,5]}$ ← فقط اعداد صحیح

د) $y = \sqrt{\cos x - 2\sin x}$ $\qquad -\sqrt{5} \le -2\sin x + \cos x \le \sqrt{5}$

$0 \le \sqrt{-2\sin x + \cos x} \le \sqrt[4]{5}$

$\boxed{R_f = [0, \sqrt[4]{5}]}$

۷) اگر $\sin x = a$ در نظر بگیریم

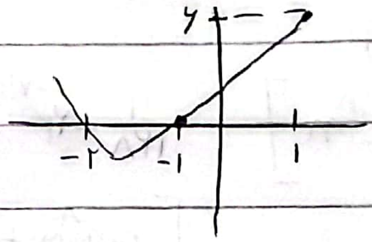
الف) $y = \sin^2 x + 3\sin x + 2$

تابع یک معادله درجه دو ساده a^2+3a+2 می‌شود که دامنه آن $[-1,1]$ است

با استفاده از نمودار برد را حساب می‌کنیم

$a = 1 \to y = 6$

$a = -1 \to y = 1 - 3 + 2 = 0$



$\boxed{R_f = [0, 6]}$

ب) $y = 2\sin^2 x + 3\sin x + 2$

اگر $\sin x = a$ در نظر بگیریم

تابع یک معادله درجه دو $2a^2+3a+2$ می‌شود که دامنه آن $[-1,1]$ است

min $\left(\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4}\right.$

$2\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{4}\right) + 2 = \frac{18}{16} - \frac{9}{4} + 2 = \frac{18 - 36 + 32}{16} = \frac{7}{8}$

$a = -1 \to 2 - 3 + 2 = 1$

$a = 1 \to 2 + 3 + 2 = 7$

$\boxed{R_f = \left[\frac{7}{8}, 7\right]}$

۸) الف) $y = \sin^2 x + 4\cos^2 x = 3\cos^2 x + 1$

$-1 \le \cos x \le 1 \to 0 \le \cos^2 x \le 1 \to 1 \le 3\cos^2 x + 1 \le 4$

$\boxed{R_f = [1, 4]}$

ب) $y = \frac{2\cot x}{1+\cot^2 x} = \sin^2 x\,(2\cot x) = \sin^2 x \times 2 \times \frac{\cos x}{\sin x} = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

$-1 \le \sin 2x \le 1 \to \boxed{R_f = [-1, 1]}$

(۹) $2^{1-k} \le \sin^{2k} x + \cos^{2k} x \le 1$

الف) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

$\frac{1}{4} = 2^{-2} \le \sin^4 x + \cos^4 x \le 1$

۲

$\boxed{R_f = [\frac{1}{4}, 1]}$

ب) $y = [\sin^8 x + \cos^8 x]$

$\frac{1}{8} = 2^{-3} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1$

$[\sin^8 x + \cos^8 x] = \{0, 1\}$

$\boxed{R_f = \{0, 1\}}$

(۱۰) الف) $y = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4}$

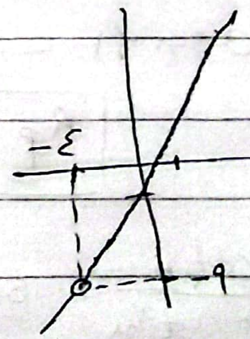
$$\begin{array}{r|l} 2x^2+7x-4 & x+4 \\ \hline 2x^2+8x & 2x-1 \\ \hline -x-4 & \\ -x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

۱٫۷۵

$\frac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{x+4}} = 2x-1$

درواقع نمودار تابع همان خط صاف $y = 2x-1$ است با این تفاوت که $x=-4$ ریشه مخرج است و تعریف نمی‌شود

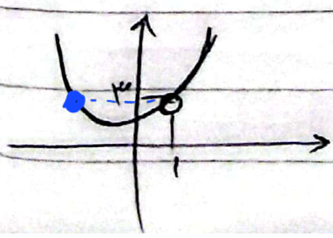
$x = -4 \longrightarrow y = 2(-4) - 1 = -9$



$\boxed{R_f = \mathbb{R} - \{-9\}}$

ب) $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ نمودار تابع درواقع همان $y = x^2 + x + 1$ است با این تفاوت

که $x=1$ ریشه مخرج است و در تابع قرار نمی‌گیرد.



$x = 1 \rightarrow y = 1+1+1 = 3$

$$\min \left| \begin{array}{l} \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-۱}{۲} \\ \left(\dfrac{-۱}{۲}\right)^{۲} - \dfrac{۱}{۲} + ۱ = \dfrac{۱}{۴} + \dfrac{۱}{۲} = \dfrac{۳}{۴} \end{array} \right.$$

$$\boxed{R_f = \left[\dfrac{۳}{۴}, +\infty\right) - \cancel{\{۴\}}}$$