ترانه طاهریان - تکلیف شماره‌ی ۷ - یازدهم دختر ۲

۱۸,۷۵

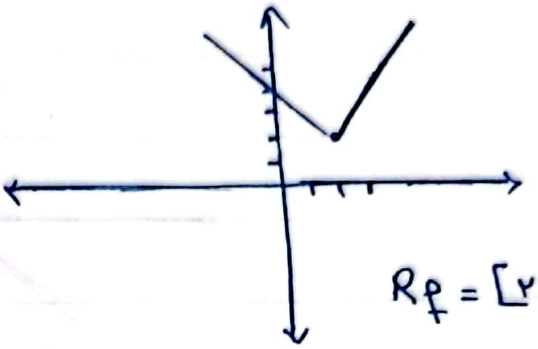
-۱ ۲

الف) $y = x + |۲x - ۴|$

۲

$x - ۲x + ۴ = -x + ۴$

$x + ۲x - ۴ = ۳x - ۴$



$R_f = [۲, +\infty)$

ب) $y = |x - ۲| + |x - ۱| - |x|$

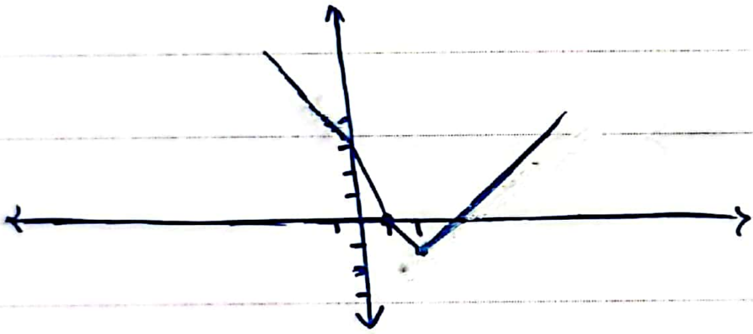
$۰ \quad ۱ \quad ۲$

$-x + ۲ - x + ۱ + x = -x + ۳$

$-x + ۲ - x + ۱ - x = -۳x + ۳$

$-x + ۲ + x - ۱ - x = -x + ۱$

$x - ۲ + x - ۱ - x = x - ۳$



$R_f = [-۱, +\infty)$

-۲ ۲

$y = |۳x - ۳| - |x + ۲|$

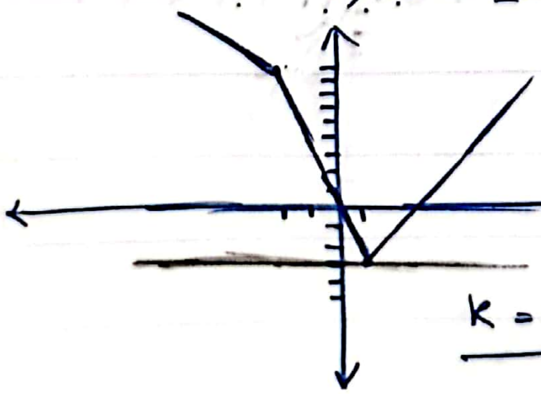
$-۲ \quad ۱$

$-۳x + ۳ + x + ۲ = -۲x + ۵$

$-۳x + ۳ - x - ۲ = -۴x + ۱$

$۳x - ۳ - x - ۲ = ۲x - ۵$

برای آنکه معادله فقط یک ریشه داشته باشد باید فقط در یک نقطه برابر با k باشند:



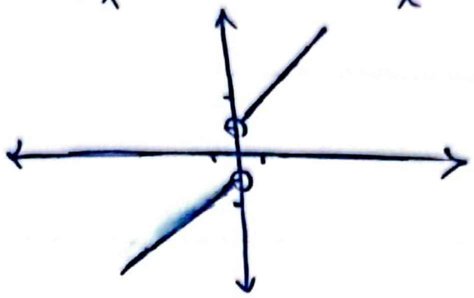
$\boxed{k = -۳}$

۳-

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$x \neq 0$

$$\begin{array}{c|c} x + \frac{x}{-x} = x-1 & x + \frac{x}{x} = x+1 \end{array}$$

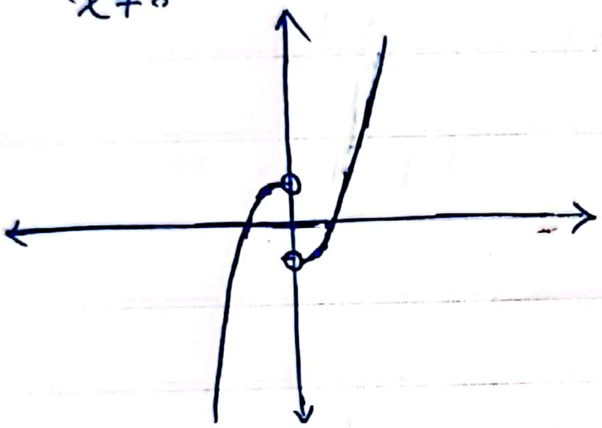


۲

ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$x \neq 0$

$$\begin{array}{c|c} -x^2 - \frac{x}{-x} = -x^2+1 & x^2 - \frac{x}{x} = x^2-1 \end{array}$$



۴-

الف) $y = [x] - 2x$

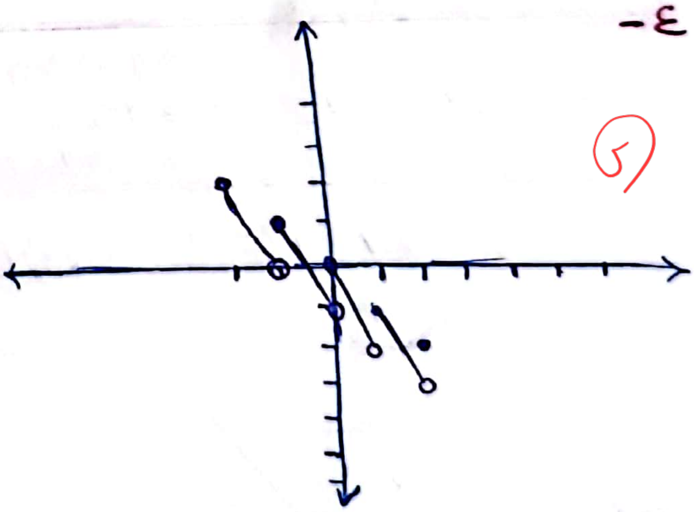
$x = 2 \rightarrow 2 - 4 = -2$

$1 \leq x < 2 \rightarrow 1 - 2x$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 0 - 2x = -2x$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow -1 - 2x$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -2 - 2x$



۲

ب) $y = [x]|x|$

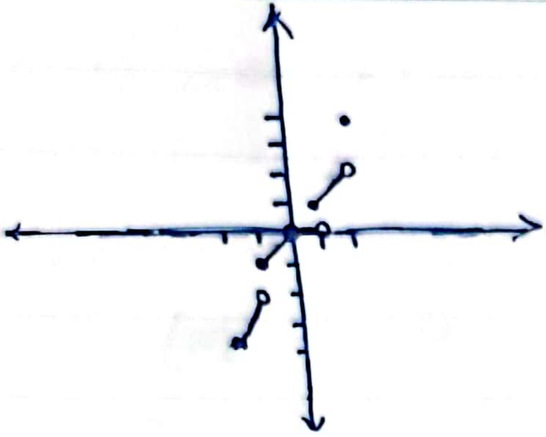
$x = 2 \rightarrow 4$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 0$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow (-2) \times (-x) = 2x$

$1 \leq x < 2 \rightarrow x$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow -1 \times (-x) = x$



-۵

الف) $y=۳x-[۳x] \rightsquigarrow R_f=[۰,۱)$ $\boxed{۰\leqslant ☁-[☁]<۱}$

ب) $y=۴x-۴[x]=۴(x-[x])$ $۰\leqslant x-[x]<۱$

$\xrightarrow{\times ۴}$ $۰\leqslant ۴x-۴[x]<۴$ $R_f=[۰,۴)$ (۲)

ج) $y=x-۵\left[\frac{x}{۵}\right]=۵\left(\frac{x}{۵}-\left[\frac{x}{۵}\right]\right)$

$۰\leqslant \frac{x}{۵}-\left[\frac{x}{۵}\right]<۱ \xrightarrow{\times ۵} ۰\leqslant x-۵\left[\frac{x}{۵}\right]<۵$ $R_f=[۰,۵)$

د) $y=[۲x]-۲x=-(۲x-[۲.x])$

$۰\leqslant ۲x-[۲x]<۱ \xrightarrow{\times -۱} -۱<[۲x]-۲x\leqslant ۰$ $R_f=(-۱,۰]$

-۶ الف) $y=۳\sin x+۲\cos x \rightarrow -\sqrt{۳^۲+۲^۲}\leqslant ۳\sin x+۲\cos x\leqslant$
$\sqrt{۳^۲+۲^۲} \Rightarrow -\sqrt{۱۳}\leqslant ۳\sin x+۲\cos x\leqslant\sqrt{۱۳}$ $R_f=[-\sqrt{۱۳},\sqrt{۱۳}]$

ب) $y=۴\sin x-۳\cos x \rightarrow -\sqrt{۴^۲+(-۳)^۲}\leqslant ۴\sin x-۳\cos x\leqslant$
$\sqrt{۴^۲+(-۳)^۲} \Rightarrow -\underset{-۵}{\cancel{\sqrt{۲۵}}}\leqslant ۴\sin x-۳\cos x\leqslant \underset{۵}{\cancel{\sqrt{۲۵}}}$ (۱٫۷۵)

$R_f=[-۵,۵]$

ج) $y = [۲\sin x + ۵\cos x] \rightarrow -\sqrt{۲^۲+۵^۲} \leqslant ۲\sin x + ۵\cos x \leqslant$
$\sqrt{۲^۲+۵^۲} \Rightarrow -\sqrt{۲۹} \leqslant ۲\sin x + ۵\cos x \leqslant \sqrt{۲۹} \Rightarrow$
$-۶ \leqslant [۲\sin x + ۵\cos x] \leqslant ۵ \qquad R_f = [-۶, ۵]$
$۲۵ < ۲۹ < ۳۶ \Rightarrow ۵ < \sqrt{۲۹} < ۶ \qquad \hookrightarrow \{-۶, -۵, \dots, ۵\}$

د) $y = \sqrt{\cos x - ۲\sin x} \rightsquigarrow -\sqrt{۱^۲ + (-۲)^۲} \leqslant \cos x - ۲\sin x \leqslant$
$\sqrt{۱^۲+(-۲)^۲} \Rightarrow -\sqrt{۵} \leqslant \cos x - ۲\sin x \leqslant \sqrt{۵} \Rightarrow ۰ \leqslant \sqrt{\cos x - ۲\sin x} \leqslant \sqrt[۴]{۵}$
$R_f = [۰, \sqrt[۴]{۵}]$

الف) $y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$ ‏ ۷_
$\sin x = -۱ \longrightarrow ۱ - ۳ + ۲ = ۰ \qquad R_f = [۰, ۶]$
$\sin x = ۱ \longrightarrow ۱ + ۳ + ۲ = ۶$ ‏ ۱,۵
$\sin x = \frac{-b}{a} = -۳ \longrightarrow ۹ - ۹ + ۲ = ۲$

ب) $y = ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$
$\sin x = -۱ \longrightarrow ۲ - ۳ + ۲ = ۱ \qquad R_f = [\overset{\frac{۷}{۸}}{\cancel{۱}}, ۷]$
$\sin x = ۱ \longrightarrow ۲ + ۳ + ۲ = ۷$
$\sin x = \frac{-b}{۲a} = \cancel{\frac{-۳}{۲}}\ \frac{-۳}{۴} \longrightarrow ۲ \times \frac{۹}{۴} - \frac{۹}{۲} + ۲ = \cancel{۲}\ \frac{۷}{۸}$

الف) $y = \sin^۲ x + ۴\cos^۲ x = \sin^۲ x + ۴(۱ - \sin^۲ x) =$ ‏ ۸_
$\sin^۲ x - ۴\sin^۲ x + ۴ = -۳\sin^۲ x + ۴$ ‏ ۲
$۰ \leqslant \sin^۲ x \leqslant ۱ \xrightarrow{\times -۳} -۳ \leqslant -۳\sin^۲ x \leqslant ۰ \xrightarrow{+۴} ۱ \leqslant -۳\sin^۲ x + ۴ \leqslant ۴$
$R_f = [۱, ۴]$

ب) $y = \frac{۲\cot x}{۱+\cot^۲ x} = \frac{\frac{۲\cos x}{\sin x}}{\frac{۱}{\sin^۲ x}} = \frac{۲\cos x \sin^۲ x}{\sin x} = ۲\sin x\cos x$

$= \sin ۲x$

$-۱ \leq \sin ۲x \leq ۱ \quad R_f = [-۱, ۱]$

۹- الف) $y = \sin^۴ x + \cos^۴ x \longrightarrow ۲^{۱-k} \leq \sin^{۲k} x + \cos^{۲k} x \leq ۱$

$۲^{۱-۳} \leq \sin^۴ x + \cos^۴ x \leq ۱ \Rightarrow R_f = [\frac{۱}{۴}, ۱]$

$\downarrow$

$۲^{-۲} = \frac{۱}{۴}$

۲

ب) $y = [\sin^۸ x + \cos^۸ x] \Rightarrow \cancel{۲^{۱-۴}} \leq \sin^۸ x + \cos^۸ x \leq ۱$

$۲^{-۳} = \frac{۱}{۸}$

$\Rightarrow [\sin^۸ x + \cos^۸ x] \begin{cases} ۱ \\ ۰ \end{cases} \quad R_f = \{۰, ۱\}$

۱۰- الف) $y = \frac{۲x^۲ + ۷x - ۴}{x+۴} = ۲x - ۱$

$\xrightarrow{x \neq -۴} y \neq ۲\times(-۴) - ۱ = -۹$

$$\begin{array}{r|l} ۲x^۲+۷x-۴ & x+۴ \\ \cline{2-2} -۲x^۲-۸x & ۲x-۱ \\ \hline -x-۴ & \\ +x+۴ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$R_f = \mathbb{R} - \{-۹\}$

۱,۵

$\rightarrow \min \Big| \begin{matrix} -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۳}{۴} \end{matrix}$

ب) $y = \frac{x^۳-۱}{x-۱} = \frac{\cancel{(x-۱)}(x^۲+x+۱)}{\cancel{(x-۱)}} = x^۲+x+۱$

$\xrightarrow{x \neq ۱} y \neq ۱+۱+۱ = ۳ \quad R_f = \mathbb{R} - \{۳\}$

$R = [\frac{۳}{۴}, +\infty)$