Subject :

Year. Month. Date. ( )

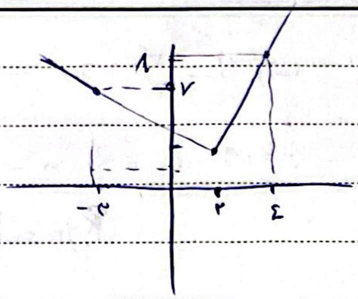
دریا دیانی دوردشتی

①

الف) $y = x + |۲x - ۴|$

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{۲} \\ \hline x - ۲x + ۴ = & x + ۲x - ۴ = \\ -x + ۴ & ۳x - ۴ \end{array}$$

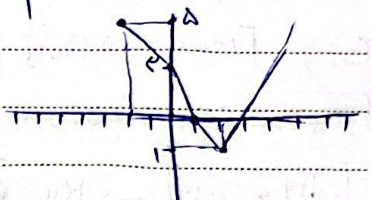
$R_f = [۲ \quad +\infty)$



ب) $y = |x-۲| + |x-۱| - |x|$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & ۰ & ۱ & ۲ \\ \hline -x+۳ & -۳x+۳ & -x+۱ & x-۲+x-۱-x = x-۳ \end{array}$$

$R_f = [-۱ \quad +\infty)$



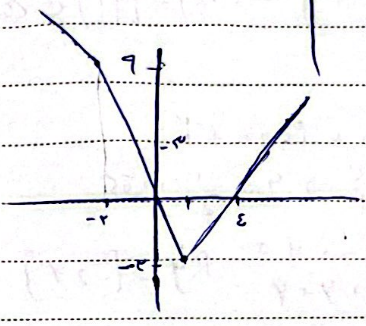
②

$|۳x - ۳| - |x+۲| = k \longrightarrow$

$$\begin{array}{c|c|c} & -۲ & ۱ \\ \hline -۲x+۵ & -۴x+۱ & ۲x-۵ \end{array}$$

$x = ۱ \longleftarrow$ ج،ت min

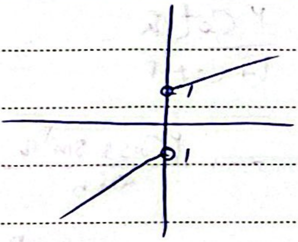
$f(۱) = |۳ - ۳| - |۱ + ۲| = ۰ - |۳| = -۳ \longrightarrow \boxed{k = -۳}$



③

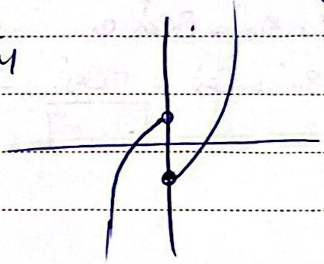
الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{۰} \\ \hline x-۱ & x+۱ \end{array}$$



ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{۰} \\ \hline -x^۲+۱ & x^۲-۱ \end{array}$$



④

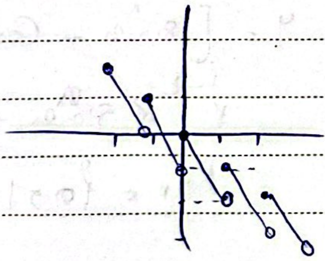
الف) $y = [x] - ۲x$

$x = ۲ \rightarrow y = -۲$

$۱ \leq x < ۲ \rightarrow ۱ - ۲x$

$۰ \leq x < ۱ \rightarrow -۲x$

$-۱ \leq x < ۰ \rightarrow -۲x - ۱$



ب) $y = [x]|x|$

$x = ۲ \rightarrow y = ۴$

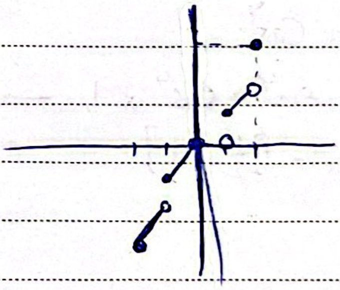
$x = -۲ \rightarrow y = -۴$

$۱ \leq x < ۲ \rightarrow |x|$

$۰ \leq x < ۱ \rightarrow ۰$

$-۱ \leq x < ۰ \rightarrow -|x|$

$-۲ \leq x < -۱ \rightarrow -۲|x|$



⑤

الف) $y = ۲x - [۲x]$

$R_{y_۱} = [۰ \quad ۱)$

ب) $y = ۴x - ۴[x]$

$۴(x - [x]) \longrightarrow R_{y_۲} = [۰ \quad ۴)$

ج) $y = x - ۵\left[\frac{x}{۵}\right]$

$۵\left(\frac{x}{۵}\right) - ۵\left[\frac{x}{۵}\right] \longrightarrow ۵\left(\frac{x}{۵} - \left[\frac{x}{۵}\right]\right)$

$R_{y_۳} = [۰ \, , ۵)$

د) $y = [۲x] - ۲x$

$R_{y_۴} = (-۱ \quad ۰]$

⑥

الف) $y = ۳\sin x + ۴\cos x$

$-\sqrt{۱۶+۹} \le ۴\sin x - ۳\sin x \le \sqrt{۱۶+۹}$

$R_{y_1} = [-\sqrt{۲۵}\ \ +\sqrt{۲۵}]$

ب) $y = ۴\sin x - ۳\sin x$

$-\sqrt{۱۶+۹} \le ۴\sin x - ۳\sin x \le \sqrt{۱۶+۹}$

$R_{y_2} = [-۵\ \ ۵]$

ج) $y = [۲\sin x + ۵\cos x]$

$-\sqrt{۴+۲۵} \le ۲\sin x + ۵\cos x \le \sqrt{۴+۲۵}$

$[-\sqrt{۲۹}, +\sqrt{۲۹}] \longrightarrow R_y = \{y \mid y \in \mathbb{Z}, -۶ \le y \le ۵\}$

د) $y = \sqrt{\cos x - ۲\sin x}$

$-\sqrt{۵} \le \cos x - ۲\sin x \le \sqrt{۵}$

$\sqrt{-\sqrt{۵}, \sqrt{۵}} \longrightarrow R_{y_4} = [۰\ , \sqrt[۴]{۵}]$

⑦

$y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۳}{۲} \Rightarrow y = \frac{-۱}{۴}$ غ ق ق

$x = -۱ \longrightarrow y = ۰$

$x = ۱ \longrightarrow y = ۶$ $R_{y_1} = [۰, ۶]$

$y = ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$\frac{-b}{۲a} \longrightarrow \frac{-۳}{۴} \longrightarrow y = \frac{۷}{۸}$

$x = -۱ \longrightarrow y = ۱$

$x = ۱ \longrightarrow y = ۷$ $R_y = [\frac{۷}{۸}, ۷]$

⑧

$y = \sin^۲ + ۴\cos^۲ x$

$\sin^۲ + \cos^۲ + \underbrace{۳\cos^۲}_{[۰\ \ ۳]} \longrightarrow R_{y_1} = [۱\ \ ۴]$

ب) $y = \frac{۲\cot x}{۱+\cot^۲}$

$\frac{\frac{۲\cos}{\sin}}{\frac{۱}{\sin^۲}} \longrightarrow \frac{۲\cos x \sin^۲ x}{\sin x} = ۲\cos x \sin x = \sin ۲x$

$R_{y_2} = [-۱\ \ ۱]$

⑨

$y = \sin^۴ + \cos^۴$

$۲^{۱-۳} \le \sin^۴ + \cos^۴ \le ۱ \longrightarrow \frac{۱}{۴} \le \sin^۴ x + \cos^۴ x \le ۱$

$R_{y_1} = [\frac{۱}{۴}, ۱]$

$y = [\sin^۸ x + \cos^۸ x]$

$۲^{۱-۴} \le \sin^۸ x + \cos^۸ x \le ۱$

$R_{y_2} = \{۰, ۱\} \longrightarrow$ به علت براکت

⑩

$y = \frac{۲x^۲ + ۷x - ۴}{x + ۴}$

$\frac{(x+۴)(۲x-۱)}{x+۴}$

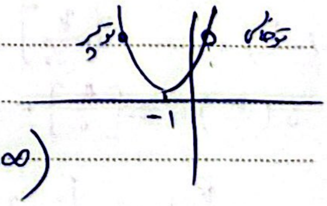
$x \ne ۴ \longrightarrow y \ne -۹$

$R_y = \mathbb{R} - \{-۹\}$

$y = \frac{x^۳ - ۱}{x - ۱}$

$\frac{(x-۱)(x^۲+۱+x)}{x-۱} = x^۲ + x + ۱$

$x \ne ۱ \longrightarrow y \ne ۳$



$R_{y_2} = [\frac{۳}{۴}, +\infty)$