یازدهم ریاضی

۲۰

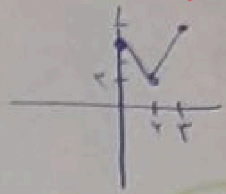
زهرا آقایی

۱) ۵

الف) $y = x + |2x-4|$

$$f(x) = \begin{cases} \cancel{x+2x-4} \quad 3x-4 & x>2 \\ 2 & 2 \\ \cancel{x-2x+4} \quad -x+4 & x<2 \end{cases}$$

$R(f) = [2, +\infty)$



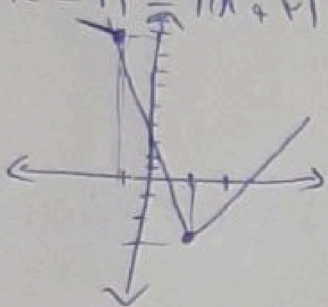
ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

	0	1	2	
$-x+2-x+1+x$ $-x+3$	$x+2-x+1$ $-x$ $-3x+3$	$-x+2+x-1$ $-x$ $-x+1$	$x-2+x-1-x$ $x-3$	

$R_f = [-1, +\infty)$

۲) ۵

$y = |3x-3| - |x+2| = k$



	-2		1	
$-2x+5$		$-4x+1$		$3x-3-x-2$ $2x-5$

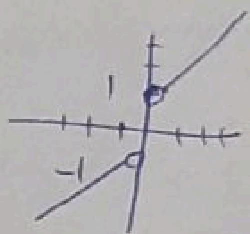
$K = -3$

k باید مقداری باشد که تنها یکبار با نمودار تلاقی داشته باشد

۳) ۵

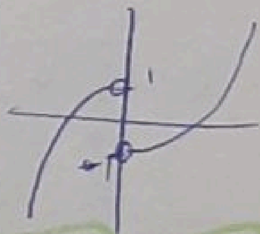
الف) $y = x + \dfrac{x}{|x|}$

$$f(x) \begin{cases} x+1 & x>0 \\ x-1 & x<0 \end{cases}$$



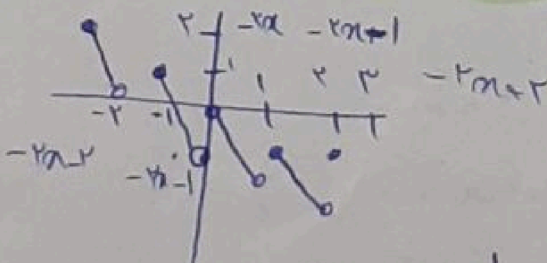
ب) $y = x|x| - \dfrac{x}{|x|}$

$$f(x) \begin{cases} x^2-1 & x>0 \\ -x^2+1 & x<0 \end{cases}$$

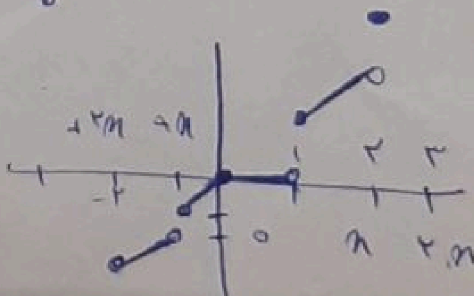


۴) ۵

الف) $y = [x] - 2x$



ب) $y = [x]|x|$



۵)

د) $y = ۳x - [۳x]$ $\quad R(f) = [0, 1)$

ب) $y = ۴x - ۴[x] \to ۴(x - [x]) \to R(f) = [0, ۴)$

$0 \le x - [x] < 1$

۵

ج) $y = x - ۵\left[\frac{x}{۵}\right] = \quad ۵\left(\frac{x}{۵} - \left[\frac{x}{۵}\right]\right) \to R(f) = [0, ۵)$

$0 \le \frac{x}{۵} - \left[\frac{x}{۵}\right] < 1$

ه) $f = [۲x] - ۲x \to R_f = (-1, 0]$

۶)

الف) $y = ۳\sin x + ۲\cos x \to -\sqrt{۹+۴} \le ۳\sin x + ۲\cos x \le \sqrt{۹+۴}$

$R(f) = [-\sqrt{۱۳}, \sqrt{۱۳}]$

۵

ب) $y = ۴\sin x - ۳\cos x \to -\sqrt{۱۶+۹} \le ۴\sin x + (-۳\cos x) \le \sqrt{۱۶+۹}$

$R(f) = [-۵, ۵]$

ج) $y = [۲\sin x + ۵\cos x] \to -\sqrt{۲۵+۴} \le ۲\sin x + ۵\cos x \le \sqrt{\underbrace{۲۵+۴}_{۲۹}}$

$R(f) \Rightarrow \{-۶, -۵, -۴, -۳, -۲, -1, 0, 1, ۲, ۳, ۴, ۵\}$

د) $y = \sqrt{\cos x - ۲\sin x} \to \sqrt{\cos x + (-۲\sin x)}$

$-\sqrt{۵} \le \cos x + (-۲\sin x) \le \sqrt{۵} \qquad R(f) = [0, \sqrt[۴]{۵}]$

۷)

۵

الف) $y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$\sin x = -1 \quad y = 0 \qquad \sin = 1 \to y = ۶$

$\sin = -\frac{۳}{۲} \to \alpha \qquad R(f) = [0, ۶]$

۷ صفحه (ب)

ب) $y = ۲\sin^2 x + ۳\sin x + ۲$

$\sin x = -1 \rightarrow y = 1$

$\sin x = 1 \rightarrow y = ۷$

$\sin x = -\frac{۳}{۴} \rightarrow y = \frac{۹}{۸} - \frac{۱۸}{۸} + \frac{۱۶}{۸} = \frac{۷}{۸}$

$R(f) = [\frac{۷}{۸} , ۷]$

---

۸)

الف) $y = \sin^2 x + ۴\cos^2 x \rightarrow \sin^2 x + ۴ - ۴\sin^2 x = -۳\sin^2 x + ۴$

$۴\sin^2 x + ۴\cos^2 x = ۴$

$۴\cos^2 x = ۴ - ۴\sin^2 x$

$0 \leq \sin^2 \leq 1$

۵

$R(f) = [1 , ۴]$

ب) $y = \frac{۲\cot x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\frac{۲\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} = ۲\cos x \sin x$

$\sin(۲x)$

$R(f) = [-1 , 1]$

---

۹)

الف) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

$۲^{1-k} \leq \sin^{2k} x + \cos^{2k} x \leq 1$

$R(f) = [\frac{1}{۴} , 1] \leftarrow \frac{1}{۴} \leq \sin^4 x + \cos^4 x \leq 1$ ۵

ب) $y = [\sin^8 x + \cos^8 x]$

$\frac{1}{۸} \leq \sin^8 x + \cos^8 x \leq 1$

براکت

$R(f) = \{0 , 1\}$

---

۱۰)

الف) $y = \frac{۲x^2 + ۷x - ۴}{x + ۴}$

$۲x^2 + ۷x - ۴ = y \rightarrow \times ۲$

۵

$۴x^2 + ۱۴x - ۸ = ۲y$

$y = (x+۴)(x-1)$ ، $\leftarrow (۲x+۸)(۲x-1) = ۲y$

$\frac{(x+۴)(۲x-1)}{\cancel{(x+۴)}} = ۲x - 1 \rightarrow \mathbb{R}$

$R(f) = \mathbb{R} - \{-۹\}$

ب) $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x^2 + 1 + x)}{x - 1} = x^2 + 1 + x$

$S \left| \begin{array}{l} -\frac{1}{۲} \\ \frac{۳}{۴} \end{array} \right.$

$R(f)\ [\frac{۳}{۴} , +\infty)$