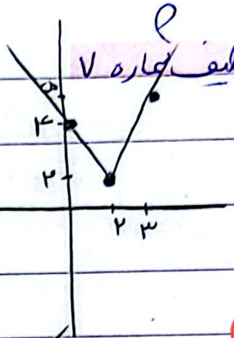
۱۷/۵

نمره یازدهم رشته — ریاضی — تکلیف شماره ۷



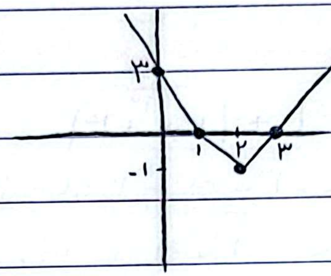
۱) الف) $y = x + |2x-4|$

$x < 2 \rightarrow x + 4 - 2x = 4 - x$

$x \geq 2 \rightarrow x + 2x - 4 = 3x - 4$

$R_f = [2, +\infty)$

۳



ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

$x = 0 \rightarrow 3$

$x = 1 \rightarrow 0$

$x = 2 \rightarrow -1$

$x = 3 \rightarrow 0$

$R_f = [-1, +\infty)$

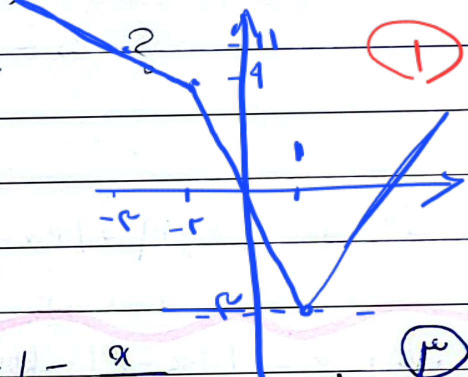
۲) $|3x-3| - |x+2| = k$

$x < -2 \rightarrow 3 - 3x - (-x-2) = 5 - 2x = k$

$-2 < x < 1 \rightarrow 3 - 3x - x - 2 = 1 - 4x = k$

$x > 1 \rightarrow 3x - 3 - x - 2 = 2x - 5 = k$

۱



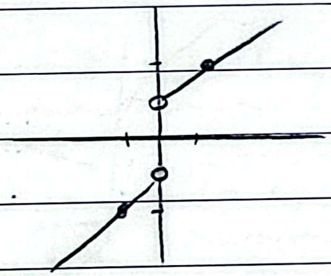
$k = -3$

۳) الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$x < 0 \rightarrow y = x - 1$

$x > 0 \rightarrow y = x + 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

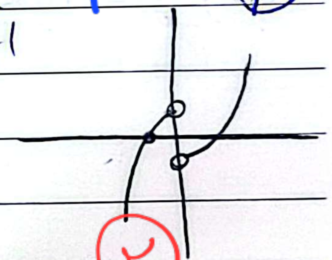


ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$x < 0 \rightarrow 1 - x^2$

$x > 0 \rightarrow x^2 - 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$



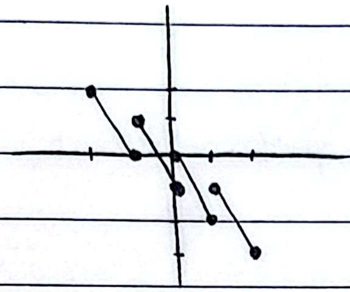
۲

s.a.m

۴

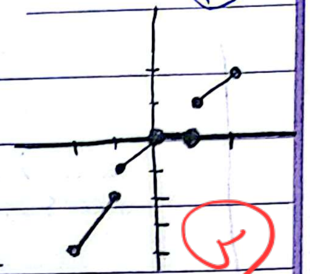
الف) $y = [x] - ۲x$

$$\begin{cases} -۲ \leq x < -۱ \rightarrow -۲x - ۲ \\ -۱ \leq x < ۰ \rightarrow -۲x - ۱ \\ ۰ \leq x < ۱ \rightarrow -۲x \\ ۱ \leq x < ۲ \rightarrow ۱ - ۲x \end{cases}$$



ب) $y = [x]|x|$

$$\begin{cases} -۲ \leq x < -۱ \rightarrow ۲x \\ -۱ \leq x < ۰ \rightarrow x \\ ۰ \leq x < ۱ \rightarrow ۰ \\ ۱ \leq x < ۲ \rightarrow x \end{cases}$$



۲

۵

الف) $۳x - [۳x] \rightarrow R_f = [۰, ۱)$

ب) $y = ۴x - ۴[x] = ۴(x - [x]) \Rightarrow R_f = [۰, ۴)$

۲

ج) $y = x - ۵[\frac{x}{۵}] = ۵(\frac{x}{۵} - [\frac{x}{۵}]) \Rightarrow R_f = [۰, ۵)$

د) $y = [۲x] - ۲x \quad ۰ \leq ۲x - [۲x] < ۱ \quad ۰ \geq [۲x] - ۲x > -۱$

$R_f = (-۱, ۰]$

۶

الف) $-\sqrt{۱۳} \leq ۳\sin x + ۲\cos x \leq \sqrt{۱۳}$ $\quad R_f = [-\sqrt{۱۳}, \sqrt{۱۳}]$

ب) $-\sqrt{۲۵} \leq ۴\sin x - ۳\cos x \leq \sqrt{۲۵}$ $\quad R_f = [-۵, ۵]$

۲

s.a.m

ج) $y = [۲\sin x + ۵\cos x]$

$-\sqrt{۲۹} \leq ۲\sin x + ۵\cos x \leq \sqrt{۲۹}$

$\sqrt{۲۹} \simeq ۵/۵$ $\qquad R_f = \{-۶, -۵, -۴, -۳, \dots, ۵\}$

د) $\sqrt{\cos x - ۲\sin x}$

$-\sqrt{۵} \leq \cos x - ۲\sin x \leq \sqrt{۵}$ $\qquad R_f = [۰, \sqrt[۴]{۵}]$

---

(۷)

الف) $y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$$\begin{cases} \boxed{\uparrow} \to ۶ \\ \boxed{\downarrow} \to ۰ \\ \boxed{\frac{-b}{۲a}} = \frac{-۳}{۲} \to -\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

غلط

$R_f = [\cancel{-\frac{۱}{۴}}\ ۰, ۶]$

۱,۵

ب) $y = ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$$\begin{cases} \boxed{\uparrow} \to ۷ \\ \boxed{\downarrow} \to ۱ \\ \boxed{\frac{-b}{۲a}} = -\frac{۳}{۴} \to \frac{۷}{۸} \end{cases}$$

$R_f = [\frac{۷}{۸}, ۷]$

---

(۸)

الف) $y = \sin^۲ x + \underbrace{۴\cos^۲ x}_{۴(۱-\sin^۲ x)} \Rightarrow \sin^۲ x + ۴ - ۴\sin^۲ x = ۴ - ۳\sin^۲ x$

$R_f = [۱, ۴]$

۲

ب) $y = \dfrac{۲\cot x}{۱+\cot^۲ x} = \dfrac{۲\cot x}{\frac{۱}{\sin^۲ x}} = \dfrac{۲\cos}{\sin} \times \sin^۲ = ۲\sin\cos = \sin ۲x$

$R_f = [-۱, ۱]$

s.a.m

۹) الف) $2^{-2} \le y=\sin^6 x+\cos^6 x \le 1$ $\qquad$ ب) $y=[\sin^8 x+\cos^8 x]$ $\quad K=4$

$K=3$ $\qquad \underline{R_f=[\frac{1}{4},1]}$ $\qquad 2^{-3} \le \sin^8+\cos^8 \le 1$

$\frac{1}{8}$ $\qquad \underline{R_f=\{0,1\}}$

۱۰) الف) $y=\frac{2x^2+7x-4}{x+4}$ $\qquad 2x^2+7x-4=yx+4y$

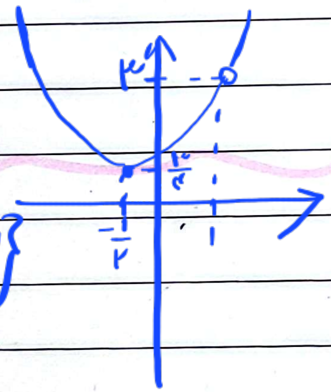
$2x^2+(7-y)x-4y-4=0$

$\Delta=49+y^2-14y-8(-4y-4)$ $\qquad$ همواره برقرار $\Leftarrow$ $R_f=\mathbb{R}$

$y^2+49-14y+32y+32=y^2+18y+81\ge 0$ $\qquad (y+9)^2\ge 0$

ب) $y=\frac{x^3-1}{x-1}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)} \to y_{min}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{3}{4}$ $\qquad x\ne 1$

$\Delta=1-4=-3$ $\quad \underline{R_f=[\frac{3}{4},+\infty)-\{\cancel{3}\}}$



الف) $\frac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{(x+4)}} \to x\ne -4 \to R=\mathbb{R}-\{-9\}$