۵) برد توابع زیر را بدست آورید:

الف) $y = ۳x - [۳x]$, $0 \leq x - [x] < ۱$

$0 \leq ۳x - [۳x] < ۱$ $R_f = [0, ۱)$

ب) $y = ۴x - ۴[x]$ $۴(x - [x]) \longrightarrow R_f = [0, ۴)$

ج) $y = x - ۵\left[\frac{x}{۵}\right]$ $۵ \times \frac{x}{۵} - ۵\left[\frac{x}{۵}\right] \to ۵\left(\frac{x}{۵} - \left[\frac{x}{۵}\right]\right) \longrightarrow [0, ۵)$

د) $y = [۲x] - ۲x$ $-(۲x - [۲x])$ $R_f = (-۱, 0]$

$0 \leq \bigcirc < ۱$

۶) الف) $۳\sin x + ۲\cos x$ $-\sqrt{۹+۴} \leq \bigcirc \leq \sqrt{۹+۴}$ (۱۳)

$R_f = [-\sqrt{۱۳}, \sqrt{۱۳}]$

ب) $y = ۴\sin x - ۳\cos x$ $-\sqrt{۱۶+۹} \leq \bigcirc \leq \sqrt{۱۶+۹}$ (-۵, ۵)

$R_f = [-۵, ۵]$

ج) $y = [۲\sin x + ۵\cos x]$ $-\sqrt{۲^۲+۵^۲} \leq ۲\sin x + ۵\cos x \leq \sqrt{۲^۲+۵^۲}$ (۲۹)

$R_f = \{-۶, -۵, -۴, -۳, -۲, -۱, 0, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$

د) $y = \sqrt{\cos x - ۲\sin x}$

$\hookrightarrow R_f = [0, \sqrt[۴]{۵}]$

۷) الف) $y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$
- $-۱ \to 0$ $R_f = [0, ۶]$
- $۱ \to ۶$
- $\frac{-۳}{۲} \to \frac{۹}{۴} - \frac{۹}{۲} + ۲$, $-\frac{۱}{۴}$; $\frac{۹-۱۸}{۴}$, $\frac{-۹}{۴} + ۲$

ب) $y = ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$ ($\frac{-۳}{۴}$)

$\sin x = -۱ \longrightarrow ۲ - ۳ + ۲ \longrightarrow ۱$

$\sin x = ۱ \longrightarrow ۲ + ۳ + ۲ \longrightarrow ۷$ $R_f = \left[\frac{۷}{۸}, ۷\right]$

$\sin x = \frac{-۳}{۴} \longrightarrow \frac{۹}{۱۶} - \frac{۹}{۴} + ۲$

$\frac{۹-۳۶}{۱۶} + ۲$ $\frac{-۲۷+۳۲}{۱۶} =$

(۸

الف) $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 2\cos^2 x = 2\cos^2 x + 1$

$0 \le \cos^2 x \le 1 \quad 0 \le 2\cos^2 x \le 2 \quad 1 \le 2\cos^2 x + 1 \le 3$

ب) $y = \dfrac{2\cot x}{\underbrace{1+\cot^2 x}_{\frac{1}{\sin^2}}} \hookrightarrow y = \dfrac{2\cos}{\frac{1}{\sin^2}} = 2\cos\sin \rightarrow y = \sin 2x$

$R_f = [-1, 1]$

(۹

الف) $y = \sin^4 x + \cos^4 x \rightarrow R_f = [\frac{1}{2}, 1]$

$2^{1-4} \le \sin^{2\times 2} x + \cos^{2\times 2} x \le 1$

ب) $y = [\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{P}]$ $2^{1-2} = 2^{-1}$

$\frac{1}{2} \le \sin^2 x + \cos^2 x \le 1 \quad [P] = 1 \Rightarrow R_f = \{0, 1\}$

(۱۰

الف) $y = \dfrac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} = \dfrac{(2x-1)(x+4)}{x+4} \rightarrow y = 2x - 1$

$x \neq -4 \rightarrow 2\times(-4) - 1 = -8 - 1 = -9 \rightarrow y \neq -9$

$R_f = R - \{-9\}$

ب) $y = \dfrac{x^3 - 1}{x - 1} \quad x \neq 1$

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)(x^2 + 1 + x)}{(x-1)} \rightarrow x^2 + 1 + x$ (min at $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{4}$)

$\frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{2}$

$\frac{1 - 2 + 4}{4}$

$R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$

ب) $y = ۲x - ۲[x]$ ۲/x - ۲ + ۱

(۲

$|۳x - ۳| - |x + ۲| = k \rightarrow g(x) = k$

تابع ثابت

$|۳x - ۳| = |۳(x - ۱)| = ۳|x - ۱|$

$۳|x - ۱| - |x + ۲|$

$x < -۲ \rightarrow -۳(x - ۱) - (-(x + ۲)) = -۳x + ۳ + x + ۲ = -۲x + ۵$

$-۲ \leq x \leq ۱ \rightarrow -۳(x - ۱) - (x + ۲) = -۳x + ۳ - x - ۲ = -۴x + ۱$

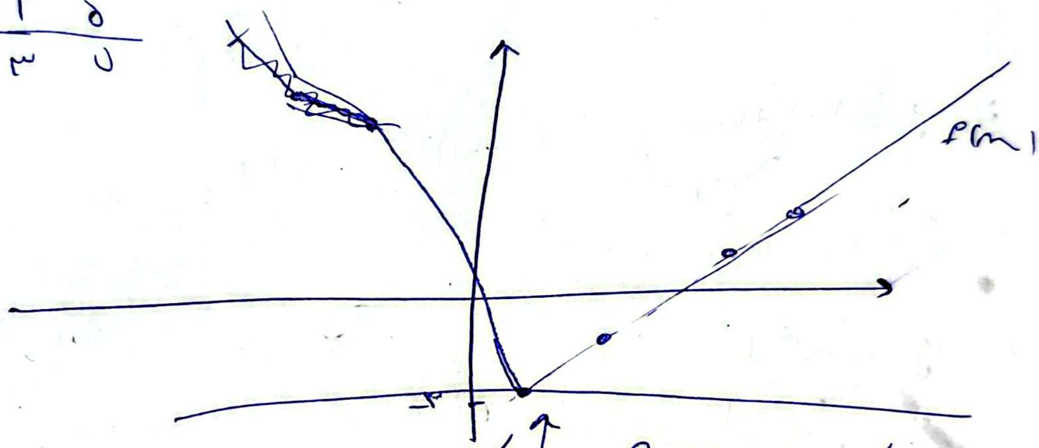
$x > ۱ \rightarrow ۳(x - ۱) - (x + ۲) = ۳x - ۳ - x - ۲ = ۲x - ۵$

x	-۴	-۳	-۲
y	۳	۱۱	۹

x	-۲	-۱	۰	۱
y	۹	۵	۱	-۳

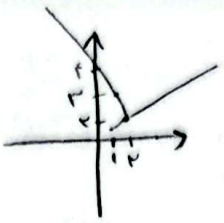
x	۱	۲	۳	۴	۵
y	-۳	-۱	۱	۳	۵

$g(x) = -۳$
$k = -۳$



در یک نقطه قطع شده، یک ریشه دارد.

۱) الف) $y = x + |2x - 4|$

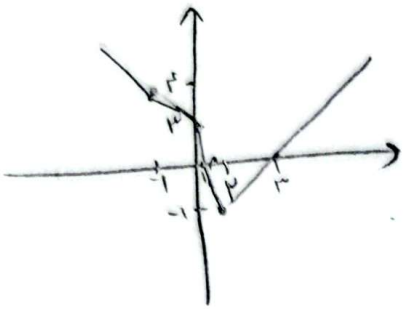


	2	
$2-x$		$2x-4+x$
		$3x-4$

$R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

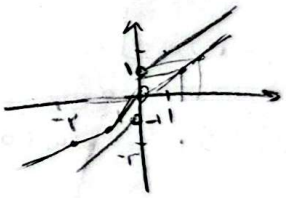
	0		2	
$2-x$		$-x+2+x-1$		$x-2+x-1-x$
		$1-x$		$x-3$
		$-x$		
		$-3x+3$		



$R_f = [-1, +\infty)$

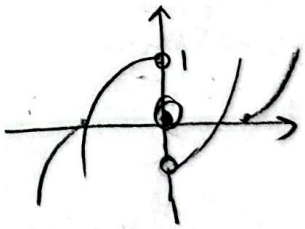
۳) الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

	0	
$x-1$		$x+1$



ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

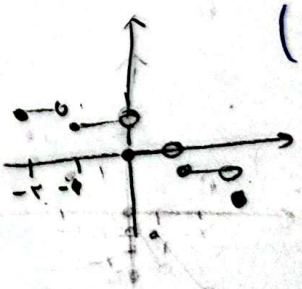
	0	
$-x^2+1$		x^2-1



۴) الف) $y = [x] - 2x$

$-2 \le x < -1 \rightarrow y = 2$
$-1 \le x < 0 \rightarrow y = 1$
$0 \le x < 1 \quad y = x$
$1 \le x < 2 \quad y = -1$
$x = 2 \quad y = 2$

$[-2, 2]$



ب) $y = [x]|x|$

$-2 \le x < -1 \quad y = 4$
$-1 \le x < 0 \quad y = -1$
$0 \le x < 1 \quad y = 0$
$1 \le x < 2 \quad y = 1$
$x = 2 \quad y = 4$