۵) برد توابع زیر را بدست آورید:

الف) $y=3x-[3x]$ $\quad 0\le x-[x]<1$

$0\le 3x-[3x]<1 \qquad R_f=[0,1)$

ب) $y=4x-4[x] \qquad 4(x-[x]) \longrightarrow R_f=[0,4)$

ج) $y=x-5[\frac{x}{5}] \qquad 5\times\frac{x}{5}-5[\frac{x}{5}]\to 5(\frac{x}{5}-[\frac{x}{5}])\longrightarrow [0,5)$

د) $y=[2x]-2x \qquad -(2x-[2x]) \qquad R_f=(-1,0]$

$0\le \bigcirc <1$

۶) الف) $3\sin x+2\cos x \qquad -\sqrt{\frac{9+4}{13}}\le \bigcirc \le \sqrt{\frac{9+4}{13}}$

$R_f=[-\sqrt{13},\sqrt{13}]$

ب) $y=4\sin x-3\cos x \qquad -\sqrt{\frac{16+9}{-5}}\le \bigcirc \le +\sqrt{\frac{16+9}{5}}$

$R_f=[-5,5]$

ج) $y=[2\sin x+5\cos x] \qquad -\sqrt{\frac{2^2+5^2}{29}}\le 2\sin x+5\cos x\le\sqrt{\frac{2^2+5^2}{29}}$

$R_f=\{-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$

د) $y=\sqrt{\cos x-2\sin x}$

$\hookrightarrow \quad R_f=[0,\sqrt[4]{5}]$

۷) الف) $y=\sin^2x+3\sin x+2$

$\to -1 \to 0 \qquad R_f=[0,6]$

$\to 1\to 6$

$\to -\frac{3}{2}\to \frac{9}{4}-\frac{9}{2}+2 \qquad -\frac{1}{4}$

$\frac{9-18}{4} \qquad -\frac{9}{4}+2$

ب) $y=2\sin^2x+3\sin x+2$

$-\frac{3}{4}$

$\sin x=-1 \longrightarrow 2-3+2\longrightarrow 1$

$\sin x=1\longrightarrow 2+3+2\longrightarrow 7 \qquad R_f=[$[illegible]$,7]$

$\sin x=-\frac{3}{4}\longrightarrow \frac{9}{16}-\frac{9}{4}+2$

$\frac{9-36}{16}+2 \qquad \frac{-27+32}{16}=$

(۸

الف) $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \cos^2 x = \cos^2 x + 1$

$0 \le \cos^2 x \le 1 \quad 0 \le 2\cos^2 x \le 2 \quad 1 \le 2\cos^2 x + 1 \le 3$ ⑤

ب) $y = \dfrac{2\cot x}{1 + \cot^2 x} \hookrightarrow y = \dfrac{2\cos}{\sin} \Big/ \dfrac{1}{\sin^2} = 2\cos \sin \rightarrow y = \sin 2x$

$R_f = [-1, 1]$

(۹

الف) $y = \sin^4 x + \cos^4 x \rightarrow R_f = [\frac{1}{2}, 1]$

$2^{1-4} \le \sin^{2\times 2} x + \cos^{2\times 2} x \le 1$ ⑤

ب) $y = [\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1}] \quad 2^{1-2} = 2^{-1}$

$\frac{1}{2} \le \sin^2 x + \cos^2 x \le 1 \quad [1] = 1 \rightarrow R_f = \{0, 1\}$

(۱۰

الف) $y = \dfrac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} = \dfrac{(2x - 1)(x + 4)}{x + 4} \rightarrow y = 2x - 1$ ⑤

$x \neq -4 \rightarrow 2\times(-4) - 1 = -8 - 1 = -9 \rightarrow y \neq -9 \quad R_f = R - \{-9\}$

ب) $y = \dfrac{x^3 - 1}{x - 1} \quad x \neq 1$

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)(x^2 + 1 + x)}{(x-1)} \rightarrow x^2 + 1 + x$ $\begin{cases} \text{min} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$ $x = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{2}$

$\frac{1 - 2 + 4}{4}$

$R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$

ب) $y = ۳x - ۲[x]$ ‏ ‏ ‏ ۴/x − ۲ + ۱

(۲

$|۳x - ۳| - |k + ۲| = k \longrightarrow g(x) = k$

تابع ثابت

$|۳x - ۳| = |۳(x - ۱)| = ۳|x - ۱|$

$۳|x - ۱| - |x + ۲|$

$x < -۲ \longrightarrow -۳(x - ۱) - (-(x + ۲)) = -۳x + ۳ + x + ۲ = -۲x + ۵$

$-۲ \leq x \leq ۱ \longrightarrow -۳(x - ۱) - (x + ۲) = -۳x + ۳ - x - ۲ = -۴x + ۱$

$x > ۱ \longrightarrow ۳(x - ۱) - (x + ۲) = ۳x - ۳ - x - ۲ = ۲x - ۵$

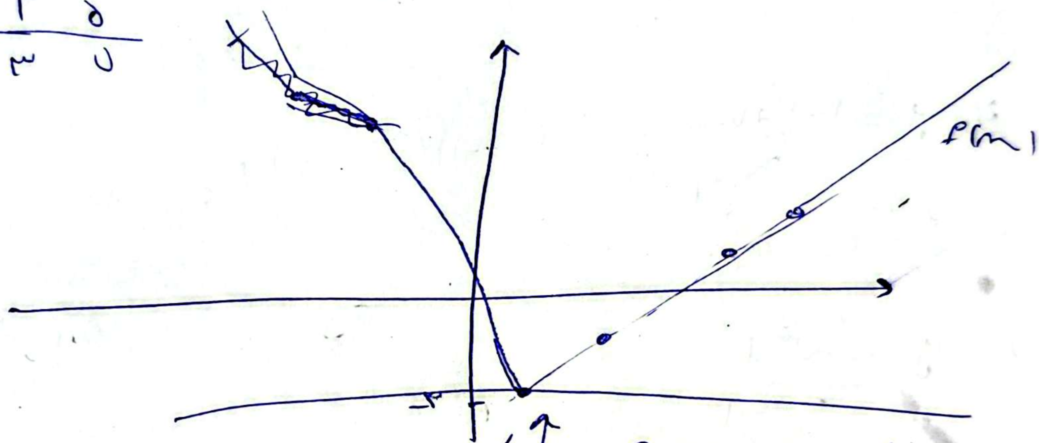
x	−۴	−۳	−۲
y	۳	۱۱	۹

x	−۲	−۱	۰	۱
y	۹	۵	۱	−۳

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	−۳	−۱	۱	۳	۵

$g(x) = -۳$

$k = -۳$

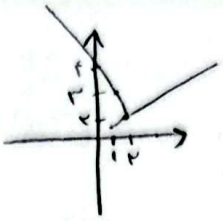


در یک نقطه قطع شده، یک ریشه دارد.

۱۸٫۵

۲) (۱

الف) $y = x + |2x - 4|$



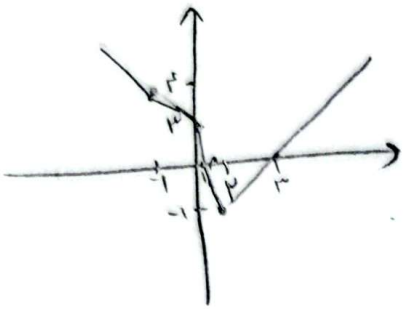
	$2x-4+x$	$Rf = [+2, +\infty)$
2		
$4-x$	$2x-4$	

ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$

	$-x+2+x-1$	$x-2+x-1-x$
0		2
$-x+2$	$-x$	$x-3$
$x-1$	$1-x$	
$-x$		
$-2x+3$		

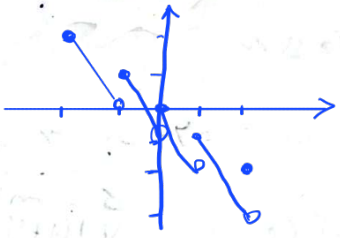
$-x+2+1-x+x$

$3-x$



$R_f = [-1, +\infty)$

(ب ۴



۴ الف)

۳)

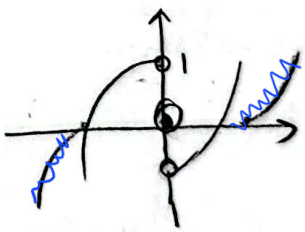
۵

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

	$x-1$	$x+1$
0		

ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

	$-x^2+1$	$1+x^2-1$
0		



۴) ۱۰/۵

$[-2, 2]$

الف) $y = [x] - 2x$

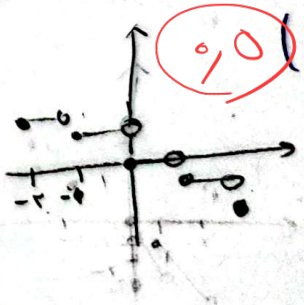
$-2 \le x < -1 \rightarrow y = 2$

$-1 \le x < 0 \rightarrow y = 1$

$0 \le x < 1 \quad y = x$

$1 \le x < 2 \quad y = -1$

$x = 2 \quad y = 2$



ب) $y = [x]|x|$

$-2 \le x < -1 \quad y = -4$

$-1 \le x < 0 \quad y = -1$

$0 \le x < 1 \quad y = 0$

$1 \le x < 2 \quad y = 2$

$x = 2 \quad y = 4$