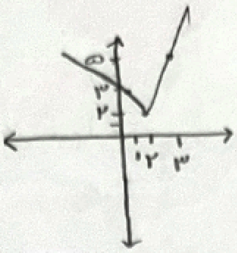
شهرزاد شوشتری ۷

۱) $y = x + |۲x - ۴|$



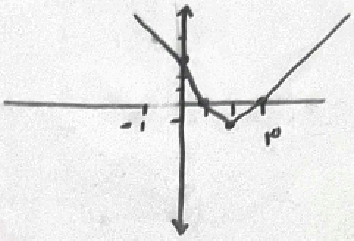
$۲x - ۴ = ۰ \rightarrow ۲x = ۴ \rightarrow \boxed{x = ۲}$

$۲ \rightarrow ۲ + |۴-۴| = ۲$

$۱ \rightarrow ۱ + |۲-۴| = ۱+۲ = ۳$ $R_y = [۲, +\infty)$

$۳ \rightarrow ۳ + |۶-۴| = ۵$

ب) $y = \underbrace{|x-۲|}_{۲} + \underbrace{|x-۱|}_{۱} - \underbrace{|x|}_{۰}$



$۳ \rightarrow |\overset{۱}{\cancel{۳-۲}}| + |\overset{۲}{\cancel{۳-۱}}| - |۳| = ۰ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۳\\۰\end{smallmatrix}$

$۲ \rightarrow |\overset{۰}{\cancel{۲-۲}}| + |\overset{۱}{\cancel{۲-۱}}| - |\overset{۲}{\cancel{۲}}| = -۱ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۲\\-۱\end{smallmatrix}$

$۱ \rightarrow |\overset{+۱}{\cancel{۱-۲}}| + |\overset{۰}{\cancel{۱-۱}}| - |۱| = ۰ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۱\\۰\end{smallmatrix}$

$۰ \rightarrow |\overset{۲}{\cancel{۰-۲}}| + |\overset{۱}{\cancel{۰-۱}}| - |۰| = ۳ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۰\\۳\end{smallmatrix}$

$-۱ \rightarrow |\overset{+۳}{\cancel{-۱-۲}}| + |\overset{+۲}{\cancel{-۱-۱}}| - |\overset{۱}{\cancel{-۱}}| = ۴ \quad \Big|\begin{smallmatrix}-۱\\۴\end{smallmatrix}$

---

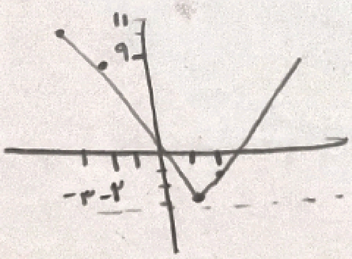
۲) $|۳x - ۳| - |x + ۲| = k$

$-۲ \rightarrow |-۶-۳| - |-۲+۲| = ۹ \quad \Big|\begin{smallmatrix}-۲\\۹\end{smallmatrix}$

$-۳ \rightarrow |-۹-۳| - |-۳+۲| = ۱۱ \quad \Big|\begin{smallmatrix}-۳\\۱۱\end{smallmatrix}$

$۱ \rightarrow |۳-۳| - |۱+۲| = -۳ \quad \Big|\begin{smallmatrix}+۱\\-۳\end{smallmatrix}$

$۲ \rightarrow |۶-۳| - |۲+۲| = -۱ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۲\\-۱\end{smallmatrix}$



$\boxed{k = -۳}$

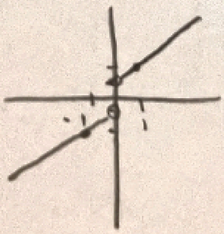
---

۳) الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$x - ۱ \xleftarrow{\;۰\;} x + ۱$

$۱ \rightarrow ۲ \quad \Big|\begin{smallmatrix}۱\\۲\end{smallmatrix}$

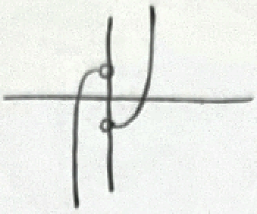
$-۱ \rightarrow -۲ \quad \Big|\begin{smallmatrix}-۱\\-۲\end{smallmatrix}$



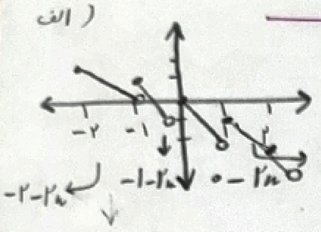
شهرزاد شوشتری
-۲x۲

ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$-x^۲+۱ \quad x^۲-۱$



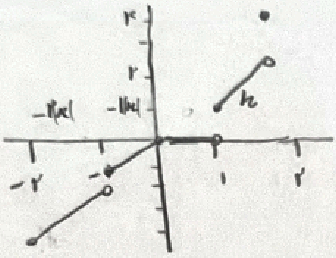
۴) الف)



$y = [x] ۲x$

$۱-۲x \quad ۲ \to ۲-۲\times۲ = -۲$

ب) $[x]|x| \to$



---

۵) $\boxed{۰ \leq x-[x] < ۱}$

الف) $y = ۳x - [۳x] \quad R_y = [۰,۱)$

ب) $y = ۴x - ۴[x] \xrightarrow{\times ۴} ۴(x-[x]) \to R_y = [۰,۴)$

ج) $y = x - ۵[\frac{x}{۵}] \xrightarrow{\div ۵} ۵(\frac{x}{۵} - [\frac{x}{۵}]) \to R_y = [۰,۵)$

د) $y = [۲x] - ۲x \xrightarrow{x -۱} ۲x - [۲x] \to R_y = (-۱,۰]$

---

۶) $y = ۳\sin x + ۲\cos x \to \underbrace{-\sqrt{۹+۴}}_{-\sqrt{۱۳}} \leq ۳\sin x + ۲\cos x \leq \underbrace{\sqrt{۹+۴}}_{\sqrt{۱۳}} \quad R_y = [-\sqrt{۱۳}, \sqrt{۱۲}]$

$y = ۴\sin x - ۳\cos x \to \underbrace{-\sqrt{۱۶+۹}}_{-\sqrt{۲۵}} \leq ۴\sin x - ۳\cos x \leq \underbrace{\sqrt{۱۶+۹}}_{\sqrt{۲۵}} \to R_y = [-\sqrt{۲۵}, \sqrt{۲۵}]$

مهزاد شوشتری

ج $= y = [۲\sin x + ۵\cos x] \rightarrow \underbrace{-\sqrt{۴+۲۵}}_{-\sqrt{۲۹}} \le ۲\sin x + ۵\cos x \le \underbrace{\sqrt{۴+۲۵}}_{\sqrt{۲۹}}$

$-۶ \le [۲\sin x + ۵\cos x] \le ۵ \rightarrow R_y = [-۶, -۵, -۴, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵]$

د) $y = \sqrt{\cos x - ۲\sin x} \rightarrow \underbrace{-\sqrt{۱+۴}}_{-\sqrt{۵}} \le \cos x - ۲\sin x \le \underbrace{\sqrt{۱+۴}}_{\sqrt{۵}} \rightarrow ۰ \le \sqrt{\cos x - ۲\sin x} \le \sqrt[۴]{۵}$

$R_y = [۰, \sqrt[۴]{۵}]$

(۷

$y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$-۱ \rightarrow ۱ - ۳ + ۲ = ۰$

$۱ \rightarrow ۱ + ۳ + ۲ = ۶ \rightarrow R_y = [۰, ۶]$

$\frac{-۳}{۲} \rightarrow \sin x \ne \frac{-۳}{۲}$

$y = ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$-۱ \rightarrow ۲ - ۳ + ۲ = -۳$

$۱ \rightarrow ۲ + ۳ + ۲ = ۷$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۳}{۴} \quad ۲ \times \frac{۹}{۱۶} + ۳ \times -\frac{۳}{۴} + ۲ = \frac{۱۸}{۱۶} - \frac{۹}{۴} + ۲$

$= \frac{۱۸ - ۳۶ + ۳۲}{۱۶} = \frac{۱۴}{۱۶} = \frac{۷}{۸} \quad R_y = [\frac{۷}{۸}, ۷]$

(۸

$y = \sin^۲ x + ۴\cos^۲ x \rightarrow \cos^۲ x = ۱ - \sin^۲ x \rightarrow y = \sin^۲ x - ۴\sin^۲ x + ۴$

$۰ \rightarrow ۴ = ۰$

$۱ \rightarrow ۱ - ۴ + ۴ = ۱$

$\frac{-b}{۲a} = ۲ \rightarrow \sin^۲ x \ne ۲$

$R_y = [۱, ۴]$

$y = \frac{۲\cot x}{۱ + \cot^۲ x} \rightarrow \frac{۲\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{۱}{\sin^۲ x}} = ۲\sin x\cos x = \sin ۲x \quad R_y = [-۱, ۱]$

شهرزاد شوشتری

(۹

$y = \sin^۶ x + \cos^۶ x \Rightarrow ۲^{-۲} \leq \sin^{۲(۳)} x + \cos^{۲(۳)} x \leq ۱ \rightarrow \frac{۱}{۴} \leq \sin^۶ x + \cos^۶ x \leq ۱$

$R_y = [\frac{۱}{۴} , ۱]$

$y = [\sin^۸ x + \cos^۸ x] \rightarrow ۲^{-۳} \leq \sin^{۲(۴)} x + \cos^{۲(۴)} x \leq ۱ \rightarrow \frac{۱}{۸} \leq \sin^۸ x + \cos^۸ x \leq ۱$

$R_y = \{۰ , ۱\}$

$۰ \leq [\sin^۸ x + \cos^۸ x] \leq ۱$

(۱۰

$y = \frac{۲x^۲ + ۷x - ۴}{x + ۴} \rightarrow D_y = R - \{-۴\}$

$۲x^۲ + ۷x - ۴ \mid x + ۴$, ۰, $۲x - ۱$

$y = \frac{\cancel{(x+۴)}(۲x-۱)}{\cancel{x+۴}}$

$y = ۲x - ۱ \xrightarrow{-۴} -۸ - ۱ = -۹ \rightarrow R_y = \boxed{R - \{-۹\}}$

ب) $y = \frac{x^۳ - ۱}{x - ۱} = \frac{(x-۱)(x^۲ + ۱ + x)}{(x-۱)} \rightarrow D_y = R - \{۱\}$

$\frac{-۱}{۲}$

$\frac{۱}{۴} + ۱ - \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۱ + ۴ - ۲}{۴} = \frac{۳}{۴}$

$x^۲ + ۱ + x \xrightarrow{x=۱} ۱ + ۱ + ۱ = ۳$

$\boxed{[\frac{۳}{۴} , +\infty) - \{۳\}}$