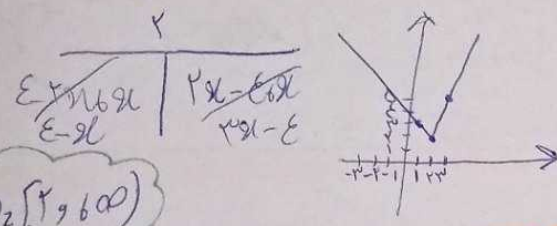
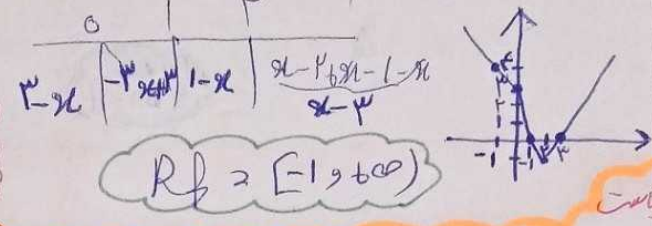


۱۹، ۷۵

الف) $y = x + |2x - 4|$



ب) $y = |2x - 2| + |x| - |x|$

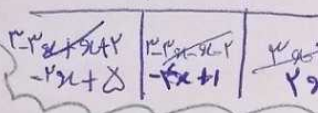


۲

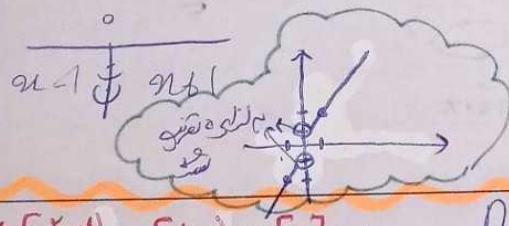
$|3x - 3| - |x + 2| \geq k$

$k \geq 8$

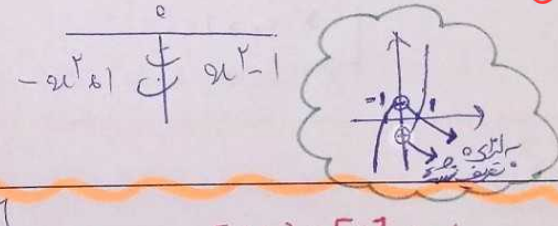
۱) $2x \geq 2k \rightarrow x \geq \frac{k+2}{2} \rightarrow 1 \leq \frac{k+2}{2} \rightarrow k \geq 0$
 ۲) $-2 \leq x < 1 \rightarrow -x+2 \geq k \rightarrow 1-k \geq 2x \rightarrow -2 \leq 1-k < 1 \rightarrow -k < 0 \rightarrow k > 0$
 ۳) $x < -2 \rightarrow -2x+2 \geq k \rightarrow x \leq \frac{2-k}{2} \rightarrow \frac{2-k}{2} < -2 \rightarrow 2-k < -4 \rightarrow k > 6$



الف) $y = \frac{x}{x+2}$

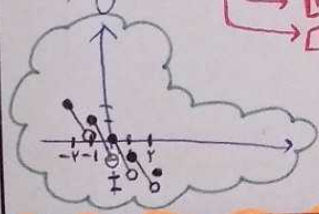


ب) $y = \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+1}$

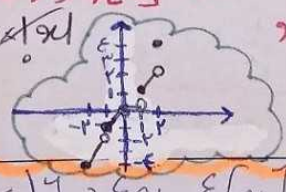


۵

$[x] = 2 \rightarrow [x] = -1$
 $[x] = 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow -2x$
 $[x] = 0 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow -2x+1$
 $x \geq 2 \rightarrow [x] \geq 2 \rightarrow -2x+2$



$[x] = 2 \rightarrow [x] = -1$
 $[x] = 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow -|x|$
 $[x] = 0 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow |x|$
 $x \geq 2 \rightarrow [x] \geq 2 \rightarrow 2|x|$



۴

الف) $y = 3x - [3x]$
 $0 \leq y < 1$
 $x - [x] \rightarrow 0 \leq y < 1$

ب) $y = \varepsilon x - \varepsilon[x]$
 $0 \leq y < \varepsilon$
 $\varepsilon(x - [x]) \rightarrow 0 \leq y < \varepsilon$

ج) $y = x - \delta[\frac{x}{\delta}]$
 $0 \leq y < \delta$
 $\delta k \rightarrow x - \delta[\frac{x}{\delta}] = 0 \rightarrow k + \frac{1}{\delta} \rightarrow \delta k$
 $x \rightarrow \delta k + 1 \rightarrow \delta k + 1 - \delta[\frac{\delta k + 1}{\delta}] = 1$
 $\delta k + 2 \rightarrow \delta k + 2 - \delta[\frac{\delta k + 2}{\delta}] = 2$
 $\delta k + 3 \rightarrow \delta k + 3 - \delta[\frac{\delta k + 3}{\delta}] = 3$
 $\delta k + 4 \rightarrow \delta k + 4 - \delta[\frac{\delta k + 4}{\delta}] = 4$

د) $y = [2x] - 2x$
 $-1 \leq y < 0$
 $[x] - 2x \rightarrow -1 \leq y < 0$

۵

در این بخش، ما به بررسی تابع $y = x - \delta[\frac{x}{\delta}]$ می‌پردازیم. این تابع یک تابع پله‌ای است که در هر بازه $[\delta k, \delta(k+1))$ مقدار $y = k$ را می‌گیرد. این تابع را می‌توان به صورت $y = \delta k$ نیز نوشت. در این بخش، ما به بررسی تابع $y = [2x] - 2x$ می‌پردازیم. این تابع یک تابع پله‌ای است که در هر بازه $[\frac{k}{2}, \frac{k+1}{2})$ مقدار $y = k - 2x$ را می‌گیرد. این تابع را می‌توان به صورت $y = -1$ نیز نوشت.

الف) $y = 3 \sin x + 2 \cos x$
 $-\sqrt{a^2+b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2+b^2}$ $[-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$
 $\hookrightarrow -\sqrt{13} \leq 3 \sin x + 2 \cos x \leq \sqrt{13}$

ب) $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ $[-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$
 $\hookrightarrow -\sqrt{13} \leq 2 \sin x + 3 \cos x \leq \sqrt{13}$

ج) $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ $[-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$
 $\hookrightarrow -\sqrt{13} \leq 2 \sin x + 3 \cos x \leq \sqrt{13}$

د) $y = \sqrt{\cos x - 2 \sin x}$ $[0, \sqrt{5}]$
 $\hookrightarrow 0 \leq \cos x - 2 \sin x \leq 5$

الف) $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1$
 $\hookrightarrow \max \square \rightarrow 1 \rightarrow y = 4$
 $\hookrightarrow \min \square \rightarrow -1 \rightarrow y = 0$ $[0, 4]$
 $\hookrightarrow \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-3}{4} \rightarrow \sin x = -\frac{3}{4}$
 $\hookrightarrow -1 \leq \sin x \leq 1$

ب) $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1$
 $\hookrightarrow \max \square \rightarrow 1 \rightarrow y = 4$ $[0, 4]$
 $\hookrightarrow \min \square \rightarrow -1 \rightarrow y = 0$
 $\hookrightarrow \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-3}{4} \rightarrow \sin x = -\frac{3}{4}$
 $\hookrightarrow y = 2 \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \left(-\frac{3}{4}\right) + 1 = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 1 = -\frac{1}{8}$

الف) $y = 2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$
 $\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x$
 $1 + \cos^2 x$ $[1, 2]$
 $\hookrightarrow \min \rightarrow 1 + \cos^2 x = 1$
 $\hookrightarrow \max \rightarrow 1 + \cos^2 x = 2$

ب) $y = 2 \cos^2 x$
 $\frac{2 \cos^2 x}{1 + \cos^2 x}$
 $\frac{2 \cos^2 x}{\sin^2 x + 1 + \cos^2 x}$
 $\frac{2 \cos^2 x}{2 + \sin^2 x}$
 $\frac{2 \cos^2 x}{2 + \sin^2 x}$
 $\frac{2 \cos^2 x}{2 + \sin^2 x}$

الف) $y = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$
 $\hookrightarrow \frac{1}{\epsilon} \leq y \leq 1$ $[\frac{1}{\epsilon}, 1]$

ب) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$
 $\frac{1}{\epsilon} \leq y \leq 1$
 $\{0, 1\}$

الف) $y = 2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon$
 $\frac{2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon}{x \neq 0} \rightarrow (2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon)$
 $\frac{2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon}{x \neq 0} \rightarrow (2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon)$
 $\frac{2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon}{x \neq 0} \rightarrow (2x^2 + \sqrt{x} - \epsilon)$

ب) $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$
 $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$
 $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$
 $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$