شماره تکلیف :: ۶

بنام خداوند دانش

Subject: (یازدهم ریاضی)

Date: پرنیا طاهریان

①

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 \Rightarrow (x-1)^3 + 1 = y$

$\Rightarrow (x-1)^3 = y - 1 \Rightarrow x - 1 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1$

$R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \Rightarrow yx^2 - 2yx = 1 \Rightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0$

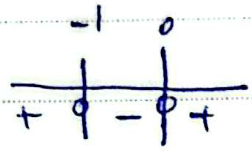
$\Delta \geq 0$

$b^2 - 4ac = (-2y)^2 - 4 \times (y)(-1) = 4y^2 + 4y \geq 0$

$4y(y+1) \geq 0$

$\downarrow \quad \downarrow$

$0 \quad -1$



$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2y \pm \sqrt{\Delta}}{2y}$

$2y \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$

$\overline{\qquad\cap\qquad} \Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

②

الف) $y = x^2 - 4x + 10$

$x_{ext} = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \underbrace{(2)^2}_{4} \underbrace{-4(2)}_{-8} + 10 = 6 \quad a > 0$

$\Rightarrow R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$ $\qquad \overbrace{-(3)^2}^{-9} + \overbrace{6(3)}^{18} + 3 = 12$

$a < 0 \Rightarrow (-\infty, 12]$

$x_{ext} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3}$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 3 \Rightarrow x_{ext} = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow$

$4 \underbrace{-4 \times 2}_{8} - 3 = -7 \overset{a>0}{\Rightarrow} [-7, +\infty) \Rightarrow \sqrt{[-7, +\infty)}$

$\Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2}$

$\Rightarrow 6x - x^2 \Rightarrow x_{ext} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow R_f$

Arman

$\Rightarrow 6 \times 3 - (3)^2 = 18 - 9 = 9 \underset{a<0}{\Rightarrow} (-\infty, 9] \quad = [0, 3]$

③ الف) $y = x^{۳} - ۵x^{۲} + ۲x + ۱ \Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = x^{۷} - ۲x^{۴} + ۳x + ۲ \Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^{۷} - ۴x^{۲} + ۵x + ۱} \xRightarrow{\text{زیر رادیکال}} \mathbb{R} \xRightarrow{\sqrt{\ }} R_f = [۰, +\infty)$

د) $y = (x^{۵} - ۴x^{۲} + ۳x + ۱)^{۲} \xRightarrow{\text{زیر توان}} \mathbb{R} \xRightarrow{(\ )^{۲}} \mathbb{R}^{+} \Rightarrow R_f = [۰, +\infty)$

④ الف) $y = \dfrac{۳x + ۱}{x - ۲} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۳\}$

ب) $y = \dfrac{۲x + ۱}{x + ۱} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۲\}$

⑤ الف) $y = \sqrt{\dfrac{۲x + ۴}{x + ۱}}$

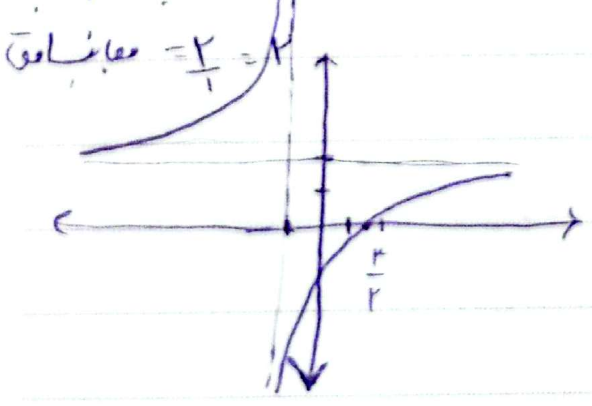
$\xRightarrow[\text{زیر رادیکال}]{} \mathbb{R} - \{۲\} \xRightarrow{\text{رادیکال}} R_f = [۰, +\infty) - \{\sqrt{۲}\}$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{۳x + ۱}{-x + ۲}} \xRightarrow{\text{زیر رادیکال}} \mathbb{R} - \{-۳\} \xRightarrow{\sqrt{\ }} R_f = [۰, +\infty)$

⑥ الف) $y = \dfrac{\overset{a}{۲}x - \overset{b}{۳}}{\underset{c}{(}x + \underset{d}{۱})}$ $\quad ad - bc \overset{\text{صعودی}}{>} ۰ \Rightarrow ۲ \times ۱ - \overset{۳}{\overline{(۳ \times ۱)}} = ۵ > ۰$

مجانب قائم $\Rightarrow x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱$

مجانب افقی $= \dfrac{۲}{۱} = ۲$



ریشه $\Rightarrow ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow ۲x = ۳$
$\Rightarrow x = \dfrac{۳}{۲}$

$R_f = \mathbb{R} - \{۲\}$

به نام خداوند دانش

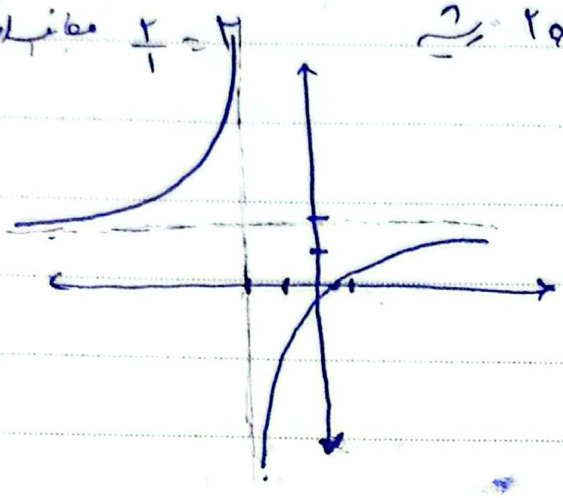
Subject : (   )   Date :

ب) $y=\frac{\overset{a}{۲}x-\overset{b}{۱}}{\underset{c}{}x+۲d}$ صعودی $ad-bc>۰\Rightarrow \underbrace{۲\times۲-\overbrace{(-۱\times۱)}^{۱}}_{۵}>۰$

مجانب قائم ↓ $x+۲=۰\Rightarrow x=-۲$

مجانب افقی $\frac{۲}{۱}=۲$ ریشه $۲x-۱=۰\Rightarrow ۲x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}$

$R_f=\mathbb{R}-\{۲\}$



⑦ الف) $y=\sin x+\frac{۱}{\sin x}$ عکس نو ابه $\sin x$

$a+\frac{۱}{a}\Rightarrow a$ هم ⊕ هم ⊖ $\Rightarrow R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۴+۱}{x^۳}=\boxed{x^۳}+\frac{۱}{x^۳}\Rightarrow a$ هم ⊕ و هم ⊖ $R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$ ← عکس نو ابه ، $a+\frac{۱}{a}$

ج) $\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۱}{\sqrt[۳]{x}}=\boxed{\sqrt[۳]{x}}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}\Rightarrow a$ هم ⊕ هم ⊖ $R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$ ← عکس نو ابه ، $a+\frac{۱}{a}$

د) $y=\boxed{\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}}\xrightarrow[a+\frac{۱}{a}]{a+\frac{۱}{a}} a>۰$ $R_f=[۲,+\infty)$ ← عکس نو ابه

$R_f \downarrow R_y$

⑧ الف) $x^۲+\frac{۱}{x^۲+۳}+۳-۳\Rightarrow \underbrace{x^۲+۳+\frac{۱}{x^۲+۳}}_{a+\frac{۱}{a}}-۳$

عکس نو ابه $a\Rightarrow \min a=? \; x=۰\Rightarrow \min(a)=۳$

$۳+\frac{۱}{۳}=\frac{۱۰}{۳}\Rightarrow \left[\frac{۱۰}{۳},+\infty\right)-۳$

$R_f=\left[\frac{۱}{۳},+\infty\right)$

ب) $y = \dfrac{x^۲+۵}{\sqrt{x^۲+۴}} = \underbrace{\sqrt{x^۲+۴}}_{a} + \underbrace{\dfrac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}}_{\frac{۱}{a}}$

$\min(a) \Rightarrow x = ۰ \Rightarrow \sqrt{۴} = ۲$

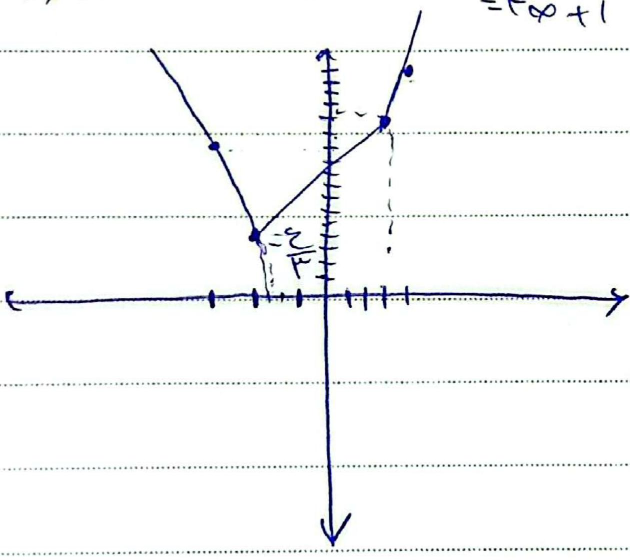
$۲ + \dfrac{۱}{۲} = \dfrac{۵}{۲} \Rightarrow R_f = [\dfrac{۵}{۲}, +\infty)$

⑨ $y = |x-۳| + |۳x+۴|$

$x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۳$

$۳x + ۴ = ۰ \Rightarrow ۳x = -۴ \Rightarrow x = \dfrac{-۴}{۳}$

	$-\frac{۴}{۳}$		۳	
$-x+۳-۳x-۴$ $=-۴x-۱$		$-x+۳+۳x+۴$ $=۲x+۷$		$x-۳+۳x+۴$ $=۴x+۱$



$-۴\overbrace{(-\dfrac{۴}{۳})}^{۱۶} - ۱$

$\dfrac{۱۶}{۳} - \dfrac{۳}{۳} = \dfrac{۱۳}{۳} = ۴\dfrac{۱}{۳}$

$R_f = [\dfrac{۱۳}{۳}, +\infty)$

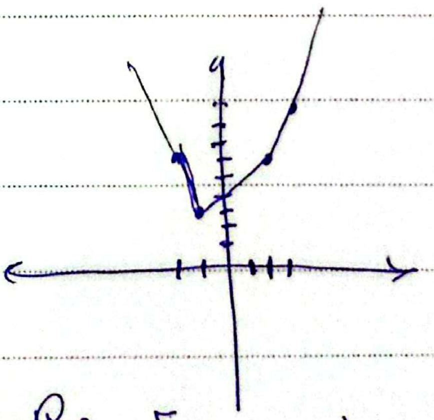
⑩ الف) $y = |x-۲| + |۲x+۲|$

$\downarrow$ ۲   ۱+ $\downarrow$ ۱-

x	۲	۳	۱-	۲-
y	۶	۹	۳	۶

$-۴+۲$

۳   $۴+۲$



$R_f = [۳, +\infty)$

به نام خداوند دانش

Date :

به نام خداوند دانش

Subject : (   )

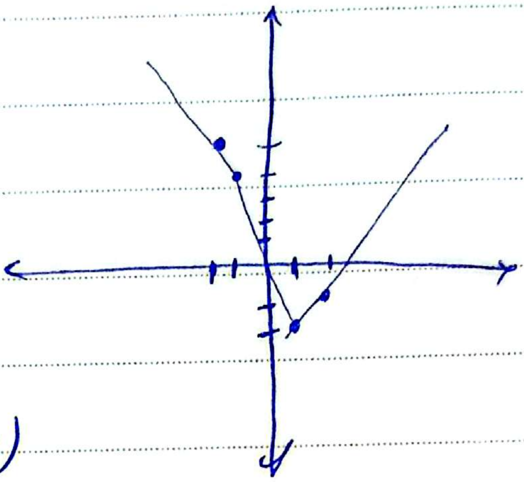
Date :

۴-۱   ۴ ۲-۲

ب) $y = |2x-2| - |x+1|$

ریشه ۱   ریشه $= -1$

x	-2	-1	1	2
y	5	4	-2	-1



$R_f = [-2 , +\infty)$