ترانه طاهریان تکلیف شماره‌ی ۵ یازدهم دفتر C

۱۹٫۵

۱-

$f(x+1)=(\frac{1}{2})^{x+1-2}-1=(\frac{1}{2})^{x-1}-1$

$y=\sqrt{x^3f(x+1)}=\sqrt{x^3((\frac{1}{2})^{x-1}-1)} \to x^3\times((\frac{1}{2})^{x-1}-1)\geq 0$

0 و $(\frac{1}{2})^{x-1}-1=0 \Rightarrow (\frac{1}{2})^{x-1}=1 \Rightarrow$

$x-1=0 \quad x=1$

		0		1	
	$-$	0	$+$	0	$-$

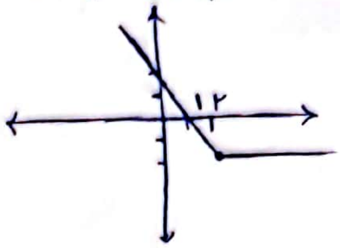
$\Rightarrow D=[0,1]$

۲-

$f(-x)=\sqrt{-x+|-x+2|} \to -x+|2-x|\geq 0 \Rightarrow D_f=(-\infty,1]$

$x<2$: $-x+2-x=-2x+2$

$x\geq 2$: $-x+x-2=-2$



۳-

$y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \to \frac{x-1}{f(x)}\geq 0$

		-4		1		2		3
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	0
$\frac{x-1}{f(x)}$	$-$	تعریف نشده	$+$	0	$-$	تعریف نشده	$+$	تعریف نشده

$D_f=(-4,1]\cup(2,3)$

۴-

$y_1=\frac{1}{9x^4-7x^2-4x-3} \to 9x^4-7x^2-4x-3\neq 0 \Rightarrow 9x^2-6x^2+1-x^2-4x-4\neq 0$

$\Rightarrow (3x^2-1)^2-(x+2)^2\neq 0 \Rightarrow (3x^2-1)^2\neq(x+2)^2 \Rightarrow 3x^2-1\neq x+2 \Rightarrow$

$3x^2-x-3\neq 0 \to 3x^2+ax+b\neq 0 \Rightarrow a=-1 \quad b=-3 \qquad \boxed{\sqrt{-(a+b)}=2}$

۵-

$y=\sqrt{f(x)-f(\frac{4}{x})}=\sqrt{x^3+x-\frac{64}{x^3}-\frac{4}{x}} \to x^3+x-\frac{64}{x^3}-\frac{4}{x}\geq 0$

$\frac{x^6+x^4-4x^2-64}{x^3}\geq 0 \qquad x^6+x^4-4x^2-64 \xrightarrow{x^2=t} t^3+t^2-4t-64=$

$\underbrace{t^3-64}_{(t-4)(t^2+4t+16)}+\underbrace{t^2-4t}_{t(t-4)}=(t-4)(t^2+5t+16)$

$\Delta=25-64<0$

		-2		0		2	
	$-$	0	$+$	تعریف نشده	$-$	0	$+$

ریشه‌ی عبارت $t=4$ است: $t=x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

$D_f=[-2,0)\cup[2,+\infty)$

۶-

$f(x^3+x)=2x^2-1 \to f(2) \to x^3+x=2 \Rightarrow x^3+x-2=0$

جمع ضرایب صفر است ⇐ عبارت بر $x-1$ بخش‌پذیر است:

$$\begin{array}{r|l} x^3+x-2 & x-1 \\ \underline{-x^3+x^2} & x^2+x+2 \\ x^2+x-2 & \\ \underline{-x^2+x} & \\ 2x-2 & \\ \underline{-2x+2} & \\ 0 & \end{array}$$

$\Delta=1-8=-7<0$

$\Rightarrow x=1$

$\Rightarrow f(2)=2-1=\boxed{1}$

$\to f(10) \to x^3+x=10 \Rightarrow x^3+x-10=0$

$x^3-8+x-2=(x-2)(x^2+2x+4+1)$

$=(x-2)(x^2+2x+5)$

$\Delta=4-20=-16<0$

$\Rightarrow x=2 \Rightarrow f(10)=2\times 4-1=\boxed{7}$

$f(2)+f(10)=1+7=8$

-۷ د

$$f(x)=x^3-6x^2+12x-8+8=(x-2)^3+8$$

$$g(x)=x^3+9x^2+27x+27-27=(x+3)^3-27$$

$$\frac{g(\sqrt[3]{7}-3)}{f(\sqrt[3]{2}+2)}=\frac{(\sqrt[3]{7}-3+3)^3-27}{(\sqrt[3]{2}+2-2)^3+8}=\frac{-20}{10}=-2$$

-۸ د

$$f(x)=\sqrt{x+4\sqrt{x-4}-4+4}=\sqrt{x-4+4\sqrt{x-4}+4}=\sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2}=|2+\sqrt{x-4}|=\sqrt{x-4}+2$$

همواره مثبت

$$g(x)=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}-4+4}=\sqrt{x-4-4\sqrt{x-4}+4}=\sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2}=|\sqrt{x-4}-2|$$

$$f(x)+g(x)=\sqrt{x-4}+2+|\sqrt{x-4}-2|\xrightarrow{x\geq 8}\sqrt{x-4}+2+\sqrt{x-4}-2=2\sqrt{x-4}$$

$c=-4$, $b=2$, $a=0$

$$x=8 \rightarrow \sqrt{x-4}+2$$

$a=2$, $b=1$, $c=-4$

$$4\leq x<8 \rightarrow \sqrt{x-4}+2-\sqrt{x-4}+2=4$$

$c\in\mathbb{R}$, $b=0$, $a=4$

$$\xrightarrow{x\geq 8}\frac{a+b}{c}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{x=8}\frac{a+b}{c}=\frac{-3}{4}$$

$x\geq 8$ قابل قبول است

پس نمی‌توان مقدار دقیقی برای $\frac{a+b}{c}$ تعیین کرد.

-۹ د

$$f(x)=\frac{x+2}{x^2-4x+3}$$

$$g(x)=\{(2,1)(1,0)(3,5)(0,4)\}$$

$$f(2)=\frac{4}{4-8+3}=-4 \qquad f(3)=\frac{5}{9-12+3}=\frac{5}{0}\sim \text{ت ن}$$

$$f(1)=\frac{3}{1-4+3}\sim \text{ت ن} \qquad f(0)=\frac{2}{3}$$

$$\frac{g}{f}=\left\{\left(2,-\frac{1}{4}\right)\cancel{\left(1,\frac{0}{\text{ت ن}}\right)}\cancel{\left(3,\frac{5}{\text{ت ن}}\right)}\left(0,\frac{4}{\frac{2}{3}}=6\right)\right\}=\left\{\left(2,-\frac{1}{4}\right)(0,6)\right\}$$

-۱۰ ۱٫۵

الف) $f(2x)=\left\{\left(\frac{1}{2},2\right)\left(\frac{3}{2},-1\right)(2,2)\left(-\frac{1}{2},6\right)\right\}$

ب) $f(x^2)=\{(1,2)(\sqrt{3},-1)(2,2)\}$

ج) $2g^2(x)+1=\{(-2,\underbrace{2\times 9+1}_{19})(1,\underbrace{2\times(-1)^2+1}_{3})(3,\underbrace{2\times 4+1}_{9})(-1,\underbrace{2\times 0+1}_{1})\}$

$$=\{(-2,19)(1,3)(3,9)(-1,1)\}$$

د) $\frac{2f}{g}=\left\{\left(1,\frac{4}{-1}\right)\cancel{\left(-1,\frac{12}{0}\right)}\left(3,\frac{-2}{2}\right)\right\}=\{(1,-4)(3,-1)\}$

۱۰ ب)
$$\begin{cases} x^2=1\rightarrow x=\pm 1\\ x^2=3\rightarrow x=\pm 3\\ x^2=4\rightarrow x=\pm 2\\ x^2=-1\rightarrow \times\end{cases} \rightarrow \{(\pm 1,2)(\pm\sqrt{3},-1)(\pm 2,2)\}$$