یازدهم دفتر - C	فاطمه ملک - ۵

Date	No

1- $f(x) = \left(\frac{1}{۲}\right)^{x-۲} - 1 \qquad y = \sqrt{x^۳ f(x+1)}$

$x^۳ f(x+1) \geq 0 \Rightarrow$

$x \geq 0,\ f(x+1) \geq 0 \to$

$f(x+1) = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{۲}\right)^{x-۲} - 1 = 0 \to \left(\frac{1}{۲}\right)^{x-۲+1} = 1 \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow$ 0, 1: $- \; + \; -$ $\Rightarrow D_y = [0, 1]$

2- $f(x) = \sqrt{x + |x+۲|} \qquad f(-x)$

$x + |x+۲| \geq 0 \longrightarrow -x + |-x+۲| \geq 0 \Rightarrow |۲-x| \geq x$

$۲ - x \geq x \Rightarrow \boxed{x \leq 1} \Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$

$۲ - x \leq -x \Rightarrow ۲ \leq 0$ ✗

3- $y = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \qquad f(x) \neq 0 \Rightarrow x \neq \{-۴, ۲, ۳\} \qquad \frac{x-1}{f(x)} \geq 0 \longrightarrow$ $-۴ \;\; 1 \;\; ۲ \;\; ۳$: $- \; + \; - \; + \; -$

$\Rightarrow D_f = [-۴, 1] \cup (۲, ۳)$

4- $y_1 = \frac{1}{۹x^۴ - ۷x^۲ - ۴x - ۳} \qquad y_۲ = \frac{1}{۳x^۲ + ax + b} \Rightarrow ۳x^۲ + ax + b \neq 0 \to$

$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^۲ - ۱۲b}}{۶}$

$\Delta = ۳۷$

$۹x^۴ - ۷x^۲ - ۴x - ۳ \neq 0 \Rightarrow (۳x^۲ - x - ۳)\underbrace{(۳x^۲ + x + 1)}_{\Delta < 0}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{۳۷}}{۶} \longrightarrow \frac{1 \pm \sqrt{۳۷}}{۶} = \frac{-a \pm \sqrt{a^۲ - ۱۲b}}{۶}$

$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow 1 - ۱۲b = ۳۷ \Rightarrow b = -۳ \Rightarrow \sqrt{-(a+b)} = \sqrt{-(-۴)} = \boxed{۲}$

5- $f(x) = x^۳ + x \qquad y = \sqrt{f(x) - f(\frac{۴}{x})} \Rightarrow y = \sqrt{x^۳ + x - \frac{۶۴}{x^۳} - \frac{۴}{x}} = \sqrt{\frac{x^۶ + x^۴ - ۴x^۲ - ۶۴}{x^۳}}$

$\longrightarrow x^۶ + x^۴ - ۴x^۲ - ۶۴ \geq 0 \Rightarrow (x^۴ - ۴x^۲) + \underbrace{(x^۶ - ۶۴)}_{(x^۲)^۳ - (۴)^۳} \geq 0 \Rightarrow x^۲(x^۲ - ۴) + (x^۲ - ۴)(x^۴ + ۴x^۲ + ۱۶) \geq 0$

$\Rightarrow (x^۲ - ۴)\underbrace{(x^۴ + ۵x^۲ + ۱۶)}_{\Delta < 0,\ a > 0 \to +\ \text{همواره}} \geq 0 \Rightarrow x^۲ - ۴ \geq 0 \Rightarrow$ $-۲ \;\; ۲$: $+ \; - \; +$ $\Rightarrow D_y = (-\infty, -۲] \cup [۲, +\infty)$

6- $f(x^۳ + x) = ۲x^۲ - 1$

$f(۲) + f(۱۰) \longrightarrow \xrightarrow{x=1} f(۲) = 1,\ \xrightarrow{x=۲} f(۱۰) = ۷ \Rightarrow \boxed{f(۲) + f(۱۰) = ۸}$

7- $f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x \qquad g(x) = x^۳ + ۹x^۲ + ۲۷x \qquad \frac{g(\sqrt[۳]{۷} - ۳)}{f(\sqrt[۳]{۲} + ۲)}$

$\sqrt[۳]{۷} = a \to g(a-۳) = (a-۳)^۳ + ۹(a-۳)^۲ + ۲۷(a-۳) = a^۳ - ۲۷ \to ۷ - ۲۷ = -۲۰$

$\sqrt[۳]{۲} = b \to f(b+۲) = (b+۲)^۳ - ۶(b+۲)^۲ + ۱۲(b+۲) = b^۳ + ۸ \to ۲ + ۸ = ۱۰$

$\Rightarrow \boxed{\frac{g(\sqrt[۳]{۷} - ۳)}{f(\sqrt[۳]{۲} + ۲)} = -۲}$

8- $f(x)=\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$ $\qquad g(x)=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$ $\qquad x\geq 4$

$\sqrt{x-4}=t \Rightarrow x=t^2+4 \longrightarrow f(x)=\sqrt{t^2+4+4\underbrace{\sqrt{t^2+4-4}}_{|t|=t}}=\sqrt{t^2+4t+4}=\sqrt{(t+2)^2}=|t+2| \xrightarrow{t\geq 0} t+2>0$

$\hookrightarrow t\geq 0$ $\qquad f(x)$ و

$g(x)=\sqrt{t^2+4-4\sqrt{t^2+4-4}}=\sqrt{t^2-4t+4}=\sqrt{(t-2)^2}=|t-2|$

$f(x)+g(x)=t+2+|t-2| \xrightarrow{t\geq 2} t+2+t-2=2t \longrightarrow x\geq 8 \longrightarrow 2t=2\sqrt{x-4}=a+b\sqrt{x+c}$

$\Downarrow$

$a=0,\ b=2,\ c=-4$

$\xrightarrow{t\leq 2} t+2-t+2=4 \longrightarrow 8\geq x\geq 4$

$\hookrightarrow \boxed{\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{0+2}{-4}=-\dfrac{1}{2}}$

9- $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-4x+3}$ $\qquad g(x)=\{(2,1)(1,0)(3,a)(0,4)\}$

$x^2-4x+3\neq 0 \longrightarrow (x-3)(x-1)\neq 0 \Rightarrow x\neq\{1,3\} \Rightarrow f(x)=\{\dots,(2,-4)\ (0,\frac{2}{3})\dots\}$

$\Rightarrow \dfrac{g}{f}=\{(2,-\frac{1}{4})(0,6)\}$

10- $f(x)=\{(1,2)(3,-1)(4,2)(-1,6)\}$

$g(x)=\{(1,-1)(3,2)(-2,3)(-1,0)\}$

الف) $f(2x)=\{(\frac{1}{2},2)(\frac{3}{2},-1)(2,2)(-\frac{1}{2},6)\}$

ب) $f(x^2)=\{(1,2)(-1,2)(\sqrt{3},-1)(-\sqrt{3},-1)(2,2)(-2,2)\}$

ج) $2g^2(x)+1=\{(1,3)(3,9)(-2,19)(-1,1)\}$

د) $\dfrac{2f}{g}=\{(1,-4)(3,-1)\cancel{(-1,\frac{12}{0})}\}=\{(1,-4)(3,-1)\}$