باران کاظمی ۲۰ یازدهم C تکلیف شماره ۵

-۱

$f(x)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۲}-۱ \to x+۱-۲=x-۱$

$y=\sqrt{x^۳ f(x+۱)} \Rightarrow \sqrt{x^۳\left(\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۱}-۱\right)}$

$\longrightarrow$ ریشه $=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۱}-۱=۰ \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۱}=۱ \Rightarrow x-۱=۰ \Rightarrow x=۱$

۴

	۰		۱	
−	۰	+	۰	−

$\to D_f=[۰,۱]$

-۲

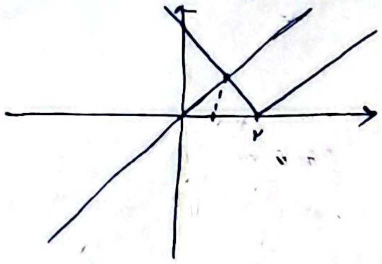
$f(x)=\sqrt{x+|x+۲|} \Rightarrow f(-x)=\sqrt{-x+|-x+۲|} \Rightarrow -x+|-x+۲|\geq ۰$

$|-x+۲|\geq x$

$-x+۲=x$

$۲x=۲$

$x=۱$

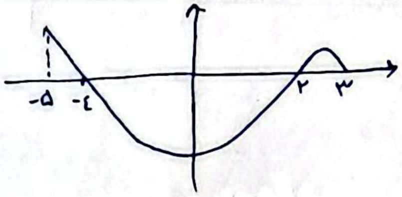


$(-\infty,۱]$

۴

-۳

$y=\sqrt{\frac{x-۱}{f(x)}}$



$\frac{-۵-۱ \to \ominus}{f(-۵) \to \oplus} \to \ominus$ غ ق ق

$D_y=(-۴,۱]\cup(۲,۳)$

	-۵		-۴		۱		۲		۳
$x-۱$		−		−	۰	+		+	
$f(x)$		+		−		−		+	
	۰	−	○	+	۰	−	○	+	○

۴

-۴

$y_۲=\frac{۱}{(۳x^۲+ax+b)}$ $y_۱=\frac{۱}{۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳}$

$\cancel{۹x^۴}-۷x^۲-۴x-۳ \quad \underline{|\,۳x^۲+ax+b}$

$-\cancel{۹x^۴}\mp۳ax^۳\mp۳bx^۲ \quad ۳x^۲-ax+۱$

$-\cancel{۳ax^۳}-x^۲(۳b+۷)-۴x-۳$

$+\cancel{۳ax^۳}+a^۲x^۲+abx$

$x^۲(a^۲-۳b-۷)+x(ab-۴)-۳$

$-۳x^۲\mp ax\mp b$

۰

و در آخر باقیمانده باید صفر شود

$a^۲-\overset{۹}{\cancel{۳}}b-۷=۳ \Rightarrow a^۲=۱ \begin{cases} a=۱ & \text{غ ق ق} \\ \boxed{a=-۱} & ✓ \end{cases}$

$ab-۴=a \Rightarrow -۳a-۴=a \Rightarrow a=-۱$

$\boxed{b=-۳}$

$\sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-(-۴)}=\sqrt{۴}=\textcircled{۲}$

۴

-۵

$f(x)=x^۳+x$

$y=\sqrt{f(x)-f(\frac{۴}{x})} \Rightarrow f(x)-f(\frac{۴}{x})\geq۰ \Rightarrow x^۳+x-\frac{۶۴}{x^۳}-\frac{۴}{x} \Rightarrow x^۳-\frac{۶۴}{x^۳}+x-\frac{۴}{x} \Rightarrow \frac{x^۶-۶۴}{x^۳}+\frac{x^۲-۴}{x}$

$\Rightarrow \frac{(x^۳-۸)(x^۳+۸)}{x^۳}+\frac{(x-۲)(x+۲)}{x}{}^{x^۲} \Rightarrow \frac{(x-۲)(x^۲+۴+۲x)(x+۲)(x^۲+۴-۲x)+x^۲(x-۲)(x+۲)}{x^۳}$

$\Rightarrow (x-۲)(x+۲)\left(\underbrace{(x^۲+۲x+۴)(x^۲-۲x+۴)}_{x^۴-\cancel{۲x^۳}+\cancel{۴x^۲}+\cancel{۲x^۳}-\cancel{۴x^۲}+\cancel{۸x}+۴x^۲-\cancel{۸x}+۱۶}+x^۲\right) \xrightarrow{\text{[illegible]}} \frac{(x-۲)(x+۲)(x^۴+۵x^۲+۱۶)}{x^۳}\geq۰$

	-۲		۰		۲	
−		+		−		+

$\to D_f=[-۲,۰]\cup[۲,+\infty)$

۴

-۶

$f(x^۳+x)=۲x^۲-۱$

$x^۳+x=۲ \Rightarrow x(x^۲+۱)=۲ \Rightarrow x=۱ \rightarrow f(۲)=۲(۱)-۱=۱$

$x^۳+x=۱۰ \Rightarrow x(x^۲+۱)=۱۰ \Rightarrow x=۲ \rightarrow f(۱۰)=۲(۴)-۱=۷$

$f(۲)+f(۱۰) \Rightarrow ۷+۱=\boxed{۸}$

-۷

$f(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x=x^۳-(۳)(x^۲)(۲)+(۲)^۲(۳)(x) \rightarrow x^۳-۶x^۲+۱۲x-۸+۸$

$f(x)=(x-۲)^۳+۸$

$g(x)=x^۳+۹x^۲+۲۷x=x^۳+(۳)(۳)(x^۲)+(۳)^۲(۳)(x) \rightarrow x^۳+۹x^۲+۲۷x+۲۷-۲۷$

$g(x)=(x+۳)^۳-۲۷$

$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}=\frac{(\sqrt[۳]{۷}\cancel{-۳+۳})^۳-۲۷}{(\sqrt[۳]{۲}\cancel{+۲-۲})^۳+۸}=\frac{۷-۲۷}{۲+۸}=\frac{-۲۰}{۱۰}=\boxed{-۲}$$

-۸

$f(x)=\sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}} \xrightarrow{-۴+۴} \sqrt{x-۴+\underset{۲(۲)(\sqrt{x-۴})}{۴\sqrt{x-۴}}+۴}=\sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲}=\sqrt{x-۴}+۲$

$g(x)=\sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}} \xrightarrow{-۴+۴} \sqrt{x-۴-۴\sqrt{x-۴}+۴}=\sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲}=|\sqrt{x-۴}-۲|$

$|\sqrt{x-۴}-۲| \xrightarrow{\text{مطلق} \geq ۰} \sqrt{x-۴}-۲\geq ۰ \rightarrow x-۴\geq ۴ \Rightarrow x\geq ۸ \rightarrow \sqrt{x-۴}\cancel{+۲}+\sqrt{x-۴}\cancel{-۲}=۲\sqrt{x-۴}$

$\xrightarrow{\text{مطلق} < ۰} \sqrt{x-۴}-۲<۰ \rightarrow x-۴<۴ \Rightarrow x<۸ \rightarrow \cancel{\sqrt{x-۴}}+۲-\cancel{\sqrt{x-۴}}+۲=۴$ غلط

طبق صورت سوال

$۲\sqrt{x-۴}=a+b\sqrt{x+c}$

$c=-۴$

$a=۰$

$b=۲$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{۲}{-۴}=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$$

-۹

$f(x)=\frac{x+۲}{x^۲-۴x+۳} \xrightarrow{D_f} R-\{۳,۱\}$ $\quad \frac{۲}{۳}$

$\frac{۴}{۴-۸+۳}=-۴$

$\frac{g}{f}=\left\{(۲,\frac{۱}{-۴})(۰,\frac{۴}{\frac{۲}{۳}})\right\}=\left\{(۲,-\frac{۱}{۴}),(۰,۶)\right\}$

$g(x)=\{(۲,۱)(۱,۰)(۳,۵)(۰,۴)\}$

-۱۰

$f(x)=\{(۱,۲)(۳,-۱)(۴,۲)(-۱,۶)\}$

$g(x)=\{(-۲,۳)(۱,-۱)(۳,۲)(-۱,۰)\}$

الف) $f(۲x)=\left\{(\frac{۱}{۲},۲)(\frac{۳}{۲},-۱)(۲,۲)(-\frac{۱}{۲},۶)\right\}$

$۲x=۱ \rightarrow x=\frac{۱}{۲}$ $\quad ۲x=۴ \rightarrow x=۲$

$۲x=۳ \rightarrow x=\frac{۳}{۲}$

ب) $f(x^۲)=\{(۱,۲)(-۱,۲)(\sqrt{۳},-۱)(-\sqrt{۳},-۱)(۲,۲)(-۲,۲)\}$

$x^۲\neq -۱$

پ) $۲g^۲(x)+۱=\{(-۲,۱۹)(۱,۳)(۳,۹)\cancel{(-۱,۱)}\}$

ت) $\frac{۲f}{g}=\left\{(۱,\frac{۴}{-۱})(۳,\frac{-۲}{۲})\cancel{(-۱,\frac{۱۲}{۰})}\right\}=\{(۱,-۴)(۳,-۱)\}$

$۲f=\{(۱,۴)(۳,-۲)(۴,۴)(-۱,۱۲)\}$