Date: ۵ تکلیف شماره ۵ | به نام خدا | آیلین امینی / یازدهم رختر C | Subject:

①

$$f(x+1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{(x+1)-2} - 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1$$

$$f(x+1) = 0 \Longrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 1 \longrightarrow x-1=0 \longrightarrow x=1$$

ریشه ①

ریشه ② $= 0$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & & 1 & \\ \hline & - & 0 & + & 0 & - \end{array} \Longrightarrow D_f = [0, 1]$$

چون کسری است هرچه توان بزرگتر شود کوچکتر می شود!

②

$$f(x) = \sqrt{x + |x+2|} \qquad f(x) = \sqrt{-x + \underbrace{|-x+2|}_{|x-2| = |2-x|}}$$

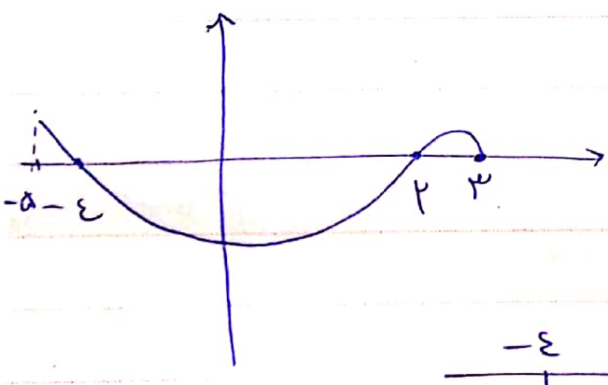
$$\begin{array}{c|c} & 2 \\ \hline 2-x-x \to 2-2x & \cancel{x}-2-\cancel{x} = -2 \\ 2-2x \geq 0 & \text{غ ق ق} \\ 2 \geq 2x & \\ 1 \geq x & \end{array}$$

$\longrightarrow$ ① $x < 2$

② $x \leq 1$

$$① \cap ② \longrightarrow D_f = (-\infty, 1]$$

③



$$y = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$$

ریشه $= 1$

زیر رادیکال $\to$ بزرگتر یا مساوی صفر

ریشه ها $= -4, 2, 3$

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & & -4 & & 1 & & 2 & & 3 & \\ \hline & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$$D_f = (-4, 1] \cup (2, 3)$$

۴

$$y_1 = \frac{1}{9x^4 - 7x^2 - 4x - 3} \qquad y_2 = \frac{1}{3x^2 + ax + b}$$

$$9x^4 - 6x^2 + 1 - x^2 - 4x - 4$$

$$(3x^2 - 1)^2 - (x+2)^2$$

$$\to (3x^2 - 1 - x - 2)(3x^2 - 1 + x + 2)$$

$$\to \underbrace{(3x^2 - x - 3)}(3x^2 + x + 1)$$

$\Delta = 1 - 12 < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد

$$3x^2 - x - 3 = 3x^2 + ax + b \Rightarrow a = -1,\ b = -3$$

$$\to \sqrt{-(a+b)} = \sqrt{-(-1-3)} = \underline{\underline{2}}$$

۵

$$y = \sqrt{f(x)\, f\left(\frac{4}{x}\right)} \to x^3 + x - \frac{64}{x^3} - \frac{4}{x}$$

$$= \frac{x^6 + x^4 - 64 - 4x^2}{x^3} \to \frac{x^6 - 64 + x^4 - 4x^2}{x^3}$$

$$\to \frac{(x^2-4)(x^4+16+4x^2) + x^2(x^2-4)}{x^3} = \frac{\overset{1}{(x^2-4)}\overset{2}{(x^4+5x^2+16)}}{x^3}$$

$\to$ 2 $\to \Delta < 0 \to$ ریشه ندارد

$\to$ 1 $\to (x-2)(x+2)$ $\Rightarrow$

		-2		0		2	
	$-$	0	$+$	∄	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow D_f = [-2, 0) \cup [2, +\infty)$$

۶

$$f(x^3+x)=2x^2-1$$

$$x^3+x=2 \rightarrow x^3+x-2=0$$

جمع ضرایب صفر $\Rightarrow (x-1)\checkmark$

$$\rightarrow (x-1)(x^2+x+2)$$

$x=1$ ، $\Delta<0 \Rightarrow$ ریشه ندارد

$$\begin{array}{l|l} x^3+x-2 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2+x+2 \\ \hline x^2+x-2 & \\ x^2+x & \\ \hline 2x-2 & \\ 2x-2 & \\ \hline \ldots & \end{array}$$

$$f(2)=2(1)^2-1=2-1=1$$

$$f(10)=2(2)^2-1=2\times4-1=7$$

$$x^3+x=10 \rightarrow x^3+x-10=0 \rightarrow \underbrace{x}_{2\,\checkmark}\underbrace{(x^2+1)}_{5}=10$$

$$f(2)+f(10)=1+7=\boxed{8}$$

۷

$$f(x)=x^3-6x^2+12x=(x-2)^3+8$$

$$g(x)=x^3+9x^2+27x \rightarrow x^3+9x^2+27x=(x+3)^3-27$$

$$\rightarrow g(\sqrt[3]{7}-3)=(\sqrt[3]{7}-3+3)^3-27=7-27=-20$$

$$f(\sqrt[3]{2}+2)=(\sqrt[3]{2}+2-2)^3+8=2+8=10$$

$$\Rightarrow \frac{-20}{10}=\ldots=-2$$

۸

$f(x)=\sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}}$ $\quad \begin{cases} +۴ \\ -۴ \end{cases}$

$g(x)=\sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}}$ $\quad \begin{cases} +۴ \\ -۴ \end{cases}$

$f(x)=\sqrt{x-۴+۴\sqrt{x-۴}+۴} \to \sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲}$

$\to f(x)=\sqrt{x-۴}+۲$

$g(x)=\sqrt{x-۴-۴\sqrt{x-۴}+۴} \to \sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲}$

$\to g(x)=\sqrt{x-۴}-۲$

$f(x)+g(x)=\sqrt{x-۴}-\cancel{۲}+\sqrt{x-۴}+\cancel{۲}=۲\sqrt{x-۴}$

$\Rightarrow a+b=۲ \;,\; c=-۴ \Rightarrow \dfrac{a+b}{c}=\dfrac{۲}{-۴}=\boxed{-\dfrac{۱}{۲}}$

۹

$f(x)=\dfrac{x+۲}{x^۲-۴x+۳}$

$\hookrightarrow (x-۱)(x-۳) \to ۱\,,\,۳ \to$ در دامنه نیست

$\to \dfrac{g}{f}$ ؛ f نباید صفر شود $\Rightarrow x=-۲$ هم در دامنه نیست

ادامه $\leftarrow$

اشتراک دامنه ها $\rightarrow \{2, 0\}$ $\rightarrow g(2) = 1 , f(2) = -4 \Rightarrow \{(2, \frac{-1}{4})\}$

$\hookrightarrow g(0) = 4 , f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow \{(0, 6)\}$

$\Longrightarrow \frac{g}{f}(x) = \{(2 \quad), (0, 6)\}$

۱۰)

الف) $f(2x) = \{(\frac{1}{2}, 2), (\frac{3}{2}, -1), (\frac{-1}{2}, 6), (2, 2)\}$

ب) $f(x^2) = \{(1, 2), (-1, 2), (\sqrt{3}, -1), (-\sqrt{3}, -1), (2, 2), (-2, 2)\}$

ج) $2g^2(x) + 1 = \{(-2, 19), (1, 3), (3, 9), (-1, 1)\}$

د) $\frac{2f}{g} = \{(1, \frac{4}{-1}), (3, \frac{-2}{2})\} = \{(1, -4), (3, -1)\}$