نیایش شاه‌نظری　　تکلیف کد ۴　　یازدهم دهتری

① الف) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x} - \dfrac{x}{x-1}}$

$$\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0$$

$$\frac{(x-1)^2 - x^2}{x(x-1)} \geq 0 \to \frac{-2x+1}{x(x-1)} \geq 0$$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	∄	$-$	0	$+$	∄	$-$

$$\boxed{D_f = (-\infty, 0) \cup [\tfrac{1}{2}, 1)}$$

ب) $f(x) = \dfrac{\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x}}{\dfrac{3}{x-1} + \dfrac{1}{x+2}}$

① $x+1 \neq 0 \to x \neq -1$

② $x \neq 0$

③ $\dfrac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)} = \dfrac{4x+5}{(x-1)(x+2)} \neq 0$

$x \neq 1$

$x \neq -2$

$x \neq \dfrac{-5}{4}$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1, -2, -\tfrac{5}{4}, 0\}}$$

---

② الف) $f(x) = \sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right)}$

$$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right) \geq 0$$

$2^5 = 4^x = 2^{2x} \to x = 2.5$

$3^{-x} = 9 \to x = -2$

x		-2		2.5	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\boxed{D_f = (-\infty, -2] \cup [2.5, +\infty)}$$

ب) $\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3$

① $x - 1 \geq 0 \to x \geq 1$

② $\left(\sqrt[4]{x-1}\right)^4 \leq (3)^4 \to x - 1 \leq 81$

$x \leq 82$

$$\boxed{D_f = [1, 82]}$$

موضوع:

تاریخ: / /

۳)

$$f(x) = \frac{\log_{4}^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$$

① $x^2-x-2>0$

$(x-2)(x+1)>0$

-1		2	
+	∅	−	∅ +

$x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

② $x^2-1 \geq 0 \rightarrow$ (−1 , 1 : + ∅ − ∅ +) $\rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

①∩② $\rightarrow \boxed{(-\infty, -1) \cup (2, +\infty) = D_f}$

۴)

$f(x) = \sqrt{-x^2+ax+3}$

۲− در بازه مورد نظر است پس ۲− یکی از ریشه های معادله است

$f(-2)=0 \rightarrow -4-2a+3=0$

$-2a-1=0 \rightarrow \boxed{a=\frac{-1}{2}}$

$f(x) = \sqrt{-x^2-\frac{1}{2}x+3} \rightarrow$ با بدست آوردن ریشه های این تابع می توانیم b را بدست آوریم.

$\Delta = \frac{1}{4}-4(-1)(3) = \frac{49}{4} \rightarrow x = \dfrac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}}}{-2} \Rightarrow -2$

$\boxed{b=\frac{3}{2}} \leftarrow \dfrac{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-2} = \frac{3}{2}$

$a+b = \frac{3}{2}+(\frac{-1}{2}) = 1$ ✓

۵)

$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 1 \\ 2x+3 & x<1 \end{cases}$ $\quad g(x) = \sqrt{f(x)-x}$

$f(x)-x \geq 0 \rightarrow$ ① $x \geq 1 \rightarrow 3x-2-x \geq 0 \rightarrow 2x-2 \geq 0$

② $x \geq 1 \rightarrow$ ✓

Ⓐ $\leftarrow$ ①∩② $\rightarrow$ $\underline{x \geq 1}$

① $x<1 \rightarrow 2x+3-x \geq 0 \rightarrow x+3 \geq 0$

② $x \geq -3$

Ⓑ $\leftarrow$ ①∩② $\rightarrow$ $\underline{-3 \leq x < 1}$

$(۱) \vee (۲) \rightarrow \boxed{[-۳ , +\infty) = D_f}$

---

(۶)

$$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & x>۱\\ ۳a+۲x & x\leq ۱\end{cases}$$

$$۲f(۵) = f(-۲)+a \rightarrow ۲(a+۱)(x+۲) = ۳a+۲x+a$$

$$۲(a+۱)(۷) = ۴a+۲(-۲)$$

$$۱۴a+۱۴ = ۴a-۴$$

$$۱۰a = -۱۸ \rightarrow a = \frac{-۱۸}{۱۰} = \boxed{-۱٫۸}$$

---

(۷)

$$f(x) = \sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲ \quad , \quad f(\underbrace{۲+\sqrt{۳}}_{x})+f(\underbrace{۲-\sqrt{۳}}_{\frac{۱}{x}}) = ?$$

$$\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲+\frac{۱}{\sqrt{x}}+\sqrt{x}+۲ = ۲\left(\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}\right)+۴ = \boxed{۲\sqrt{۶}+۴}$$

$$\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}} = \left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}\right)^۲ = ۲+\sqrt{۳}+۲-\sqrt{۳}+۲ = ۶ \rightarrow$$

$$\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} = \boxed{\sqrt{۶}}$$

---

(۸)

$$۲f(x)-۳f(-x) = ۴x^۲-x$$

$$\rightarrow ۲f(-x)-۳f(x) = ۴x^۲+x$$

$$۲f(x)-۳f(-x) = ۴x^۲-x \rightarrow -۳f(-x)+۲f(x) = ۴x^۲-x$$

$$+\frac{۳}{۲}\times(۲f(-x)-۳f(x)) = ۴x^۲+x \rightarrow +۳f(-x)-\frac{۹}{۲}f(x) = +۶x^۲+\frac{۳}{۲}x$$

$$-\frac{۵}{۲}f(x) = ۱۰x^۲+\frac{۱}{۲}x$$

$$\boxed{f(x) = -۴x^۲-\frac{۱}{۵}x}$$

9

$(x+2)f(x) - 3x f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$

$x = 0 \rightarrow 2f(0) = 3m - 1 \rightarrow f(0) = \frac{3m-1}{2}$ ①

$x = -2 \rightarrow 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 = 5m + 15$

$f(0) = \frac{5m+15}{6}$ ②

$① = ② \rightarrow \frac{3m-1}{2} = \frac{5m+15}{6} \rightarrow 18m - 6 = 10m + 30$

$8m = 36$

$m = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4.5$

$f(0) = \frac{3m-1}{2} = \frac{\frac{27}{2} - 1}{2} = \boxed{\frac{25}{4}}$

10

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x}$

$\left.\begin{array}{l} f(x) = ax + b \\ f(\frac{1}{x}) = a \times \frac{1}{x} + b \end{array}\right\} \rightarrow f(x) + f(\frac{1}{x}) = ax + \frac{a}{x} + 2b \Rightarrow$

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{ax^2 + 2bx + a}{x}$

$a = 3 \qquad b = -6$

$f(x) = 3x - 6 \rightarrow f(-1) = 3(-1) - 6 = \boxed{-9}$