ترانه طاهریان - تکلیف شماره‌ی ۴ - یازدهم دهم C

-۱

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}} \Rightarrow \dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad -$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \sim> x\neq 0 \quad x\neq -1 \quad x\neq 1 \quad x\neq -2$

$\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+2}\neq 0 \Rightarrow \dfrac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0$

$\Rightarrow \dfrac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \sim> x\neq \dfrac{-5}{4}$ $\quad D_f=R-\{0,-1,1,-2,-\frac{5}{4}\}$

$\xrightarrow{1\cap 2} D_f=(-2,\frac{-5}{4})\cup(1,+\infty)$

-۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)(32-4^x)} \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)(32-4^x)\geq 0$

-2 ، $\frac{5}{2}$

		-2		$\frac{5}{2}$	
$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)$	$+$	0	$-$		$-$
$(32-4^x)$	$+$		$+$	0	$-$
$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)(32-4^x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y-1}=3 \Rightarrow \sqrt{y-1}=3-\sqrt[4]{x-1} \rightarrow$ عبارت جلوی رادیکال همیشه باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد.

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \quad \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 82 \quad x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$D_f=[1,82]$

-۳

$f(x)=\dfrac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \sim> x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$

$-1 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$

① $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow x\geq 1,\ x\leq -1$ ②

$\xrightarrow{1\cap 2} D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

-۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2} \sim> -x^2+ax+3\geq 0$

$-2 \quad b$

$- \quad + \quad -$

$a+b=1$

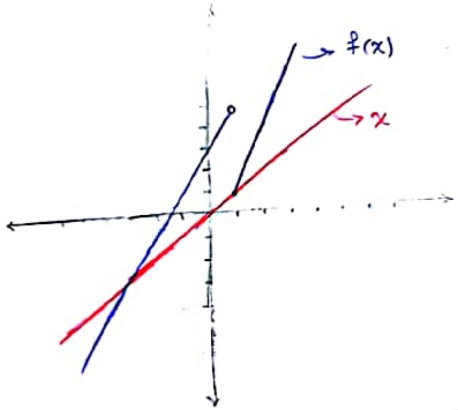
$\xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0 \Rightarrow 2a=-1 \Rightarrow a=\dfrac{-1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}x+3=0 \Rightarrow x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2}$ $\rightarrow x_1=-2$, $\rightarrow x_2=\frac{3}{2} \sim> b=\frac{3}{2}$

$g(x) = \sqrt{f(x) - x} \rightsquigarrow f(x) - x \geqslant ۰ \Rightarrow f(x) \geqslant x$ -۵

$۲x + ۳ = x \Rightarrow x = -۳$

$D_f = [-۳, +\infty)$



$f(۵) = (a+۱)(۵+۲) = ۷(a+۱) = ۷a+۷$ -۴

$۲f(۵) = f(-۲) + a \Rightarrow ۲ \times (۷a+۷) = f(-۲) + a \Rightarrow ۱۴a + ۱۴ = f(-۲) + a$

$\Rightarrow f(-۲) = ۱۳a + ۱۴ \qquad f(-۲) = ۳a - ۴ \Rightarrow ۱۳a + ۱۴ = ۳a - ۴$

$\Rightarrow ۱۰a = -۱۸ \quad a = -۱{,}۸$

-۷

$$\frac{1}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲+\sqrt{۳}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲$$

$$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = f(\underbrace{۲-\sqrt{۳}}_{x}) + f\left(\frac{1}{۲-\sqrt{۳}}\right) =$$

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲ + \underbrace{\cancel{\sqrt{\frac{1}{x}}}}_{\frac{1}{\sqrt{x}}} + \frac{1}{\underbrace{\cancel{\sqrt{\frac{1}{x}}}}_{\sqrt{x}}} + ۲ = ۴ + ۲\sqrt{x} + \frac{۲}{\sqrt{x}} =$$

$$۴ + ۲\left(\underbrace{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}}_{\frac{x+1}{\sqrt{x}} \rightsquigarrow S}\right) = ۴ + ۲\sqrt{۶}$$

$$S^۲ = \frac{(۳-\sqrt{۳})^۲}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = (۱۲ - ۶\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳}) = ۲۴ + ۱۲\sqrt{۳} - ۱۲\sqrt{۳} - ۱۸ = ۶$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{۶}$$

$$= ۴ + ۲\sqrt{۶-۳\sqrt{۳}} - \sqrt{۶+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

$$\begin{array}{l} (۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x) \times ۲ \\ (۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x) \times ۳ \end{array} \longrightarrow \begin{cases} ۴f(x) \cancel{- ۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x \\ -۹f(x) \cancel{+ ۶f(-x)} = ۱۲x^۲ + ۳x \end{cases}$$ −۸

$$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$$

$$\Rightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$$

$$(x+۲)f(x) - ۳x f(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$$ −۹

$$\xrightarrow{x=۰} ۲f(۰) = ۳m-۱ \xrightarrow{x=-۲} ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = ۵m + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۳ \times (۳m-۱) = ۵m+۱۵ \Rightarrow ۹m - ۳ = ۵m + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۴m = ۱۸ \Rightarrow m = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲} \Rightarrow ۲f(۰) = \frac{۲۷}{۲} - ۱ = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow f(۰) = \frac{۲۵}{۴}$$

Scanned with CamScanner

۱۰-

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$$

$$\xrightarrow{f(x) = ax+b} \quad ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$$

$$\Rightarrow ax^۲ + ۲bx + a = ۳x^۲ - ۱۲x + ۳ \Rightarrow a = ۳ \quad b = -۶$$

$$f(x) = ۳x - ۶ \rightsquigarrow f(-۱) = -۳ - ۶ = -۹$$