یازدهم دهم C- ریاضی ۴-

۱۷,۷۵

۱- الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \to \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \to \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$

$\to$ 0, $\frac{1}{2}$, 1 : + | − | + | − $\Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \to x\neq\frac{-5}{4}$ ۱,۷۵

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \to D_f=\mathbb{R}-\{-2,-1,0,1\}$

۲- الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{2})^x-9)(32-4^x)} \Rightarrow ((\frac{1}{2})^x-9)(32-4^x)\geq 0 \Rightarrow$ −۲, $\frac{5}{2}$: + − + $\to D_f=[-2,\frac{5}{2}]$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \to \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \to y+1=9-6\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x-1} \to y=(3-\sqrt[4]{x-1})^2-1$

(۱) $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$ $\Rightarrow x\geq 1$ ۱,۷۵

(۱) $\to \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 82$ $\cap$ $1\leq x\leq 82 \Rightarrow D_f=[1,82]$

۳- $f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

$x^2-x-2>0 \to$ −۱, ۲ : + − +

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \to \sqrt{x^2-1}\neq -1 \to$ همواره برقرار

$x^2-1\geq 0 \to x^2\geq 1 \Rightarrow x\geq 1, x\leq -1$

$\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ۲

۴- $f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}$ $D_f=[-2,b] \Rightarrow x^2-ax-3\leq 0$

−۲, b : − + −

$\Rightarrow (x+2)(x-b)\leq 0 \Rightarrow (x-2)(x-\frac{3}{2})\leq 0$ ... $b=\frac{3}{2}$ ۲

$\to a=b+(-2) \Rightarrow a+b=2b-2 \Rightarrow a+b=3-2=1$

۵- $f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x<1\end{cases}$ $g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)-x\geq 0$

$f(x)=\{(1,1)(3,3),\dots\} \Rightarrow$ 1, 3 : + − + $\Rightarrow D_g=(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$ ۰,۲۵

۶- $f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & ; x>1\\ 3a+2x & ; x\leq 1\end{cases}$ $2f(5)=f(-2)+a$

$2(a+1)\times 7=3a-4+a \Rightarrow 14a+14=4a-4 \Rightarrow a=-\frac{9}{5}$ ۲

۷- $f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$

$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1 \Rightarrow$ این دو عدد وارون هم اند

$\underbrace{f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})}_{A}=\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}+2+\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{a}+2=2(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}+2)=2(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}+2)=A$ ۲

$A \to 2(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}})+4=A \to 4(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2(1))=(A-4)^2 \Rightarrow 24=(A-4)^2$

$\to A-4=\sqrt{24} \Rightarrow A=2\sqrt{6}+4 \Rightarrow f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=2\sqrt{6}+4$

$۸- (۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x) \times ۲ \rightarrow ۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^۲ - ۲x$

$(۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x) \times ۳ \rightarrow ۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$

$\Rightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{۱}{۵}x$ (۳)

$۹- (x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$

$x = -۲ ,\ ۶f(۰) = ۵m - ۱۵$

$x = ۰ ,\ ۲f(۰) = ۳m - ۱$

$\Rightarrow ۵m + ۱۵ = ۹m - ۳ \Rightarrow ۴m = ۱۸ \Rightarrow m = \frac{۹}{۲} \Rightarrow f(۰) = \frac{۲۵}{۴}$ (۵)

$۱۰- f(x) + f(\frac{۱}{x}) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$

$x = -۱ ,\ f(-۱) + f(-۱) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱} \Rightarrow ۲f(-۱) = -۱۸ \Rightarrow f(-۱) = -۹$ (۵)

(۵

$f(x) = \begin{cases} x \geq 1 \rightarrow ۳x - ۲ - x \geq ۰ \rightarrow x \geq 1 \ \checkmark \\ x < 1 \rightarrow ۲x + ۳ - x \geq ۰ \rightarrow x \geq -۳ \xrightarrow{x<1} -۳ \leq x < 1 \end{cases}$

$D_f = [-۳, +\infty)$