تکلیف شماره ۲ یازدهم تجربی

به نام خدا

ستایش منفرد

۱- الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}} \Rightarrow \dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	$\circ$	$-$	$\bullet$	$+$	$\circ$	$-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \rightarrow x\neq 0 \quad x\neq -1 \quad x\neq 1 \quad x\neq -2$

$\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+2}\neq 0 \Rightarrow \dfrac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0$

$\Rightarrow \dfrac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \rightarrow x\neq \dfrac{-5}{4} \qquad D_f=\mathbb{R}-\{0,-1,1,-2,-\frac{5}{4}\}$

$① \cap ② \longrightarrow D_f=(-2,\frac{-5}{4})\cup(1,+\infty)$

$-2 \qquad \frac{5}{2}$

۲- الف) $f(x)=\sqrt{\left((\frac{1}{3})^x-9\right)(32-4^x)} \Rightarrow \left[(\frac{1}{3})^x-9\right](32-4^x)\geq 0$

		-2		$\frac{5}{2}$	
$((\frac{1}{3})^x-9)$	$+$	0	$-$		$-$
$(32-4^x)$	$+$		$+$	0	$-$
$((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y-1}=3 \Rightarrow \sqrt{y-1}=3-\sqrt[4]{x-1} \to$ جلوی رادیکال بزرگتر یا مساوی صفر

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \to \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 82 \quad x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$D_f=[1,82]$

۳- $f(x)=\dfrac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $\quad x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$

$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\to$ ① $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow x\geq 1,\ x\leq -1$ ②

$①\cap② \Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

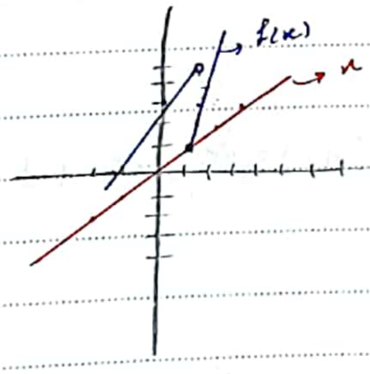
۴- $a+b=1$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -2 & & b & \\ - & 0 & + & 0 & - \end{array}$

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2} \Rightarrow -x^2+ax+3\geq 0$

$\xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0 \Rightarrow 2a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}x+3=0 \Rightarrow x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2}$ $\to x_1=-2,\ x_2=\frac{3}{2} \to b=\frac{3}{2}$

۵- $g(x)=\sqrt{f(x)-x} \to f(x)-x\geq 0 \Rightarrow f(x)\geq x$



$2x+3=x \Rightarrow x=-3$

$D_f=[-3,+\infty)$

۶-

$f(a)=(a+1)(a+2)=7(a+1)=7a+7$

$2f(a)=f(-2)+a \Rightarrow 2(7a+7)=f(-2)+a \Rightarrow 14a+14=f(-2)+a$

$\Rightarrow f(-2)=13a+14 \quad f(-2)=3a-4 \Rightarrow 13a+14=3a-4$

$\Rightarrow 10a=-18 \Rightarrow a=\boxed{-1/8}$

۷ —

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲$$

$$\frac{1}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲+\sqrt{۳}$$

$$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = f(۲-\sqrt{۳}) + f\left(\frac{1}{۲-\sqrt{۳}}\right) =$$

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲ + \sqrt{\frac{1}{x}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} + ۲ = ۴ + ۲\sqrt{x} + \frac{۲}{\sqrt{x}} =$$

$$۴ + ۲\left(\underline{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}}\right) = ۴ + ۲\sqrt{۶}$$

$$\frac{x+1}{\sqrt{x}} \to S$$

$$S^۲ = \frac{(۳-\sqrt{۳})^۲}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = (۱۲-۶\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳}) =$$

$$۲۴ + ۱۲\sqrt{۳} - ۱۲\sqrt{۳} - ۱۸ = ۶ \to S = \sqrt{۶}$$

۸ —

$$= ۴ + \sqrt{۶-۳\sqrt{۳}} - \sqrt{۶+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

$$\big(۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x\big) \times ۲$$

$$\big(۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x\big) \times ۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴f(x) - \cancel{۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x \\ -۹f(x) + \cancel{۶f(-x)} = ۱۲x^۲ + ۳x \end{cases}$$

$$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$$

$$\to f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$$

۹ —

$$(x+۲)f(x) - ۲xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$$

$$\xrightarrow{x=0} ۲f(0) = ۳m - ۱ \xrightarrow{x=-۲} ۶f(0) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = ۵m + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۳ \times (۳m - ۱) = ۵m + ۱۵ \Rightarrow ۹m - ۳ = ۵m + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۴m = ۱۸ \Rightarrow m = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ۲f(0) = \frac{۲۷}{۲} - ۱ = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow f(0) = \frac{۲۵}{۴}$$

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=۳x^۲-\frac{۱۲x+۳}{x}\xrightarrow{f(x)=ax+b} ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}\quad -۱۰$$

$$\Rightarrow ax^۲+۲bx+a=۳x^۲-۱۲x+۳\Rightarrow a=۳\quad b=-۶$$

$$f(x)=۳x-۶\rightarrow f(-۱)=-۳-۶=\boxed{-۹}$$