رزا نوصرالعلی　　یازدهم ریاضی　　تکلیف ۴

۱- ب) $f(x)=\dfrac{\dfrac{۱}{x+۱}-\dfrac{۲}{x}}{\dfrac{۳}{x-۱}+\dfrac{۱}{x+۲}}$ $\ne ۰$ ، $x+۱\ne ۰$ ، $x\ne ۰$

① $x\ne ۰$ $\quad x\ne -۱$

② $\dfrac{۳(x+۲)+۱(x-۱)}{(x+۲)(x-۱)}\ne ۰$ $\quad x\ne -۲ \quad x\ne ۱$

$۳x+۶+x-۱=۴x+۵\ne ۰ \quad x\ne -\dfrac{۵}{۴}$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{-۲,-\frac{۵}{۴},-۱,۰,۱\}}$

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-۱}{x}-\dfrac{x}{x-۱}}\geq ۰$ $\quad x\ne ۰ \quad x-۱\ne ۰ \quad x\ne ۱$

$\dfrac{(x-۱)^۲-(x)^۲}{x(x-۱)}\geq ۰ \quad \dfrac{\cancel{x^۲}+۱-۲x-\cancel{x^۲}}{x(x-۱)}\geq ۰$

$\dfrac{۱-۲x}{x(x-۱)}\geq ۰ \quad \frac{۱}{۲} \quad ۰ \quad ۱$

۰		$\frac{۱}{۲}$		۱
$+$	$-$		$+$	$-$

ق ق

$\boxed{D_f=(-\infty,۰)\cup[\frac{۱}{۲},۱)}$

۲- ب) $\sqrt[۳]{x-۱}+\sqrt{y+۱}=۳$

$\sqrt{y+۱}=۳-\sqrt[۳]{x-۱}$

① $x-۱\geq ۰ \quad x\geq ۱$

$۳-\sqrt[۳]{x-۱}\geq ۰ \quad (۳\geq \sqrt[۳]{x-۱})^{۴}$ توان ۴

$۸۱\geq x-۱$ ، ① ∩ ② $\boxed{D_f=[۱,۸۲]}$

② $۸۲\geq x$

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x}-۹\right)\left(\cancel{۲^{x}}-\cancel{۴^{x}}\right)}\geq ۰$

$(۳^{-x}-۳^{۲})(۲^{x}-۲^{۲x})\geq ۰$ $\quad -۲ \quad \frac{۵}{۲}$

-۲		$\frac{۵}{۲}$	
$+$	$-$		$+$

ق ق

$\boxed{D_f=(-\infty,-۲]\cup[\frac{۵}{۲},+\infty)}$

۳- $f(x)=\dfrac{\log_{۴}(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$

$(x^۲-x-۲)>۰ \quad (x-۲)(x+۱)>۰$ $\quad ۲ \quad -۱$

-۱		۲	
$+$	$-$		$+$

ق ق

① $(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

$\sqrt{x^۲-۱}+۱\ne ۰ \quad \sqrt{x^۲-۱}\ne -۱$ ② همواره درست

$\boxed{①\cap② \Rightarrow D_f=(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)}$

۴- $\sqrt{۳+ax-x^۲}\geq ۰ \quad D_f=[-۲,b] \Rightarrow \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$

$۳+a(-۲)-(-۲)^۲=۰ \quad \cancel{۳}-۲a-\cancel{۴}^{-۱}=۰ \quad -۱=۲a \quad \boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$

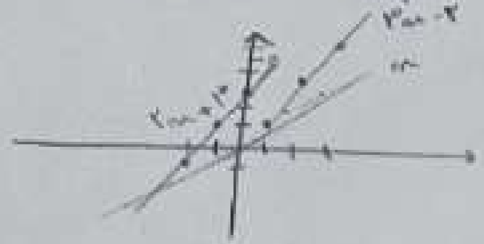
طب

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\boxed{۱}$

$\Rightarrow \sqrt{-x^۲-\frac{۱}{۲}x+۳} \quad \dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\sqrt{\frac{۱}{۴}+۴\times(-۱)\times(۳)}}{-۲}^{۱۲}=\dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\sqrt{\frac{۴۹}{۴}}}{-۲}=\dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\frac{۷}{۲}}{-۲}$ $\quad \frac{۳}{۲} \quad -۲$

-۵

$f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x \geq 1 \\ 2x+3 & x < 1 \end{cases}$



$g(x) = \sqrt{f(x) - x} \;\Rightarrow\; f(x) \geq x$

$2x+3 = x$

$x = -3$

$\boxed{D_g = [-3, +\infty)}$

-۶

$f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+2) & x \geq 1 \\ 3a + 2x & x \leq 1 \end{cases}$

$2f(5) = f(-2) + a \qquad a = ?$

$2(a+1)(7) =$

$3a + 2(-2) + a$

$\cancel{14a} + 14 = \cancel{4a} - 4$

$10a = -18 \qquad a = -1.8$

$\boxed{a = -1.8}$

-۷

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2$

$f(\underbrace{2-\sqrt{3}}_{t}) + f(\underbrace{\cancel{2+\sqrt{3}}}_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}) = ?$

$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{\cancel{1}}$

$f(t) + f(\frac{1}{t}) = \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{t}}} + 2$

$f(t) + f(\frac{1}{t}) = 2(\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}) + 4 = 2(\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}_{S}) + 4$

$S^2 = 2 - \cancel{\sqrt{3}} + 2 + \cancel{\sqrt{3}} + 2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$4 + 2\sqrt{1} = 6$

$S = \sqrt{6}$

$\boxed{f(2-\sqrt{3}) + f(2+\sqrt{3}) = 2\sqrt{6} + 4}$

جواب

-۸

$2\times$

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \qquad f(x) = ?$

$3\times$

$2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 - (-x) = 4x^2 + x$

$4f(x) - 6f(-x) = 2(4x^2 - x)$

$+ \quad 6f(-x) - 9f(x) = 3(4x^2 + x)$

$-5f(x) = 8x^2 - 2x + 12x^2 + 3x$

$-5f(x) = 20x^2 + x$

$f(x) = \frac{20x^2 + x}{-5} = -4x^2 - \frac{x}{5}$

-۹

$(x+2)f(x) - 3xf(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1 \qquad f(0) = ?$

$x = -2 \longrightarrow 0 - 3(-2)f(0) = 4(-2)^2 - m(-2) + 3m - 1$

$6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 \longrightarrow 6f(0) = 5m + 15$

$3(3m-1) = 5m + 15 \rightarrow 9m - 3 = 5m + 15$

$4m = 18$

$m = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

$x = 0 \longrightarrow 2f(0) = 3m - 1$

$2f(0) = 3(\frac{9}{2}) - 1 = \frac{27}{2} - 1 = \frac{27}{2} - \frac{2}{2} = \frac{25}{2} \rightarrow \boxed{f(0) = \frac{25}{4}}$

۱۰-

$f(x) = ax+b$ خطی $\qquad f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x} \qquad f(-۱) = ?$

$f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x}a + b$

$$ax+b+\frac{a}{x}+b = \frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$$

$$۲b + a\left(\frac{x^۲+1}{x}\right) = \frac{۲bx + ax^۲ + a}{x} = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$$

$\boxed{a=۳} \quad ۲b = -۱۲ \quad \boxed{b=-۶}$

$f(-1) = -a+b \to -(۳) + (-۶) = \boxed{-۹}$

تعلیق ۴ $\qquad$ ژانو صدرالعلمای