سارال کاظمی — یازدهم (ح) — تکلیف سه‌شنبه ۴ — ۲۰

۱- الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}=\sqrt{\frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x}}=\sqrt{\frac{1-2x}{x(x-1)}}$

۰	$\frac{1}{2}$	۱
+	−	+	−

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}=\dfrac{\frac{x-2x-2}{x(x+1)}}{\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}} \rightarrow 4x+5\neq 0 \Rightarrow x\neq -\frac{5}{4}$

$x\neq\{0,-1,1,-2\}$

$D_f=R-\{0,\pm1,-2,-\frac{5}{4}\}$

۲- الف) $f(x)=\sqrt{(\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)} \rightarrow 2^{2x}=2^5 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

$-2=$ کار ریشه ، ب) ریشه $=\frac{5}{2}$

	-2	$\frac{5}{2}$	
+	−	+	

$\rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \Rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 82$ $\quad x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$D_y=[1,82]$

۳- $f(x)=\dfrac{\log_2^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $\quad x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$

-1	2
+	−	+

$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

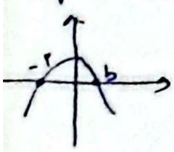
$x^2-1>0 \Rightarrow (x-1)(x+1)>0$

-1	1
+	−	+

$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

$\rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴- $\sqrt{-x^2+ax+3}$ $\quad D_f=[-2,b]$ $\quad \xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0 \Rightarrow 2a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$



$\rightarrow \sqrt{-x^2-\frac{1}{2}x+3}$ $\quad -x^2-\frac{1}{2}x+3=0 \Rightarrow x^2+\frac{1}{2}x-3=0$

$\Rightarrow 2x^2+x-6=0$ $\quad \frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{4}$ ، $x=-\frac{8}{4}=-2$ ، $b=x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$

(۵) (۵) (۵) (۵)

۵-

$$f(x)=\begin{cases}۳x-۲ \ ; & x\geq ۱\\ ۲x+۳ \ ; & x<۱\end{cases}$$

$$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)-x\geq ۰ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ۳x-۲-x\geq ۰ \Rightarrow ۲x\geq ۲ \Rightarrow x\geq ۱\\ ۲x+۳-x\geq ۰ \Rightarrow x+۳\geq ۰ \Rightarrow x\geq -۳\end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} [-۳,+\infty)$$

۶-

$$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) \ ; & x>۱\\ ۳a+۲x \ ; & x\leq ۱\end{cases}$$

$$۲f(۵)=f(-۲)+a \Rightarrow ۲\Big(\overbrace{(a+۱)(۷)}^{۷a+۷}\Big)=۳a-۴a \Rightarrow ۱۴a+۱۴=۴a-۴$$

$$۱۰a=-۱۸ \Rightarrow \boxed{a=-۱٫۸}$$

۷-

$$f(۲-\sqrt{۳})=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲ \qquad \frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}\times\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}=\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۱}}=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

$$f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲$$

$$\sqrt{۲-\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}\times\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}$$

$$\oplus \quad \sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+۲ \Rightarrow ۲\big(\underbrace{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}_{t}\big)+۴$$

$$t^۲=۲-\cancel{\sqrt{۳}}+۲+\cancel{\sqrt{۳}}+۲(\sqrt{۱})=۶ \Rightarrow t=\sqrt{۶} \Rightarrow \sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}=\sqrt{۶}$$

$$\Rightarrow f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=\boxed{۲\sqrt{۶}+۴}$$

۸-

$$\begin{array}{l} ۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \rightarrow\\ ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x \rightarrow \end{array}\left\{\begin{array}{l} ۴f(x)-\cancel{۶f(-x)}=۸x^۲-۲x\\ \cancel{۶f(-x)}-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x \end{array}\right.$$

$$-۵f(x)=۲۰x^۲+x \Rightarrow f(x)=-\frac{۲۰x^۲+x}{۵}$$

۹-

$$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{x=۰} ۲f(۰)-۰=۳m-۱ \xrightarrow{۵}\\ \xrightarrow{x=-۲} ۶f(۰)=۱۶+\underbrace{۲m+۳m}_{۵m}-۱ \xrightarrow{۳} \end{array}\left\{\begin{array}{l} ۱۰f(۰)=۱۵m-۵\\ ۱۸f(۰)=۴۵+۱۵m \end{array}\right.$$

$$۸f(۰)=۵۰$$

$$\Rightarrow f(۰)=\frac{۵۰}{۸}=\frac{۲۵}{۴}=\boxed{۶٫۲۵}$$

۱۰-

$$f(x)+f(\tfrac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \qquad f(x)=ax+b$$

$$ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \Rightarrow \frac{ax^۲+۲bx+a}{x}=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$$

$$a=۳ \qquad ۲b=-۱۲ \qquad b=-۶$$

$$y=ax+b \Rightarrow f(x)=۳x-۶ \Rightarrow f(-۱)=-۳-۶=-۹$$