۱)

۲)

۳)

۴)

۵)

۵) برای اعداد کوچکتر از ۱ از -۳ به بعد برقرار و برای بزرگتر از ۱ همواره برقرار

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 1 \\ 2x+3 & x < 1 \end{cases}$$

$3x-2 \geq x$

$2x \geq 2$

$x \geq 1$

$[-3, +\infty)$

$g(x) = \sqrt{f(x) - x}$

$2x+3 \geq x$

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

$f(x) \geq x$

---

۶)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)(x+2) & x > 1 \\ 3a + 2x & x \leq 1 \end{cases}$$

$2f(5) = f(-2) + a \quad a = ?$

$2(a+1)(5+2) = (3a+2) - 2 + a$

$2(5a + 2a + 5 + 2) = 4a - 4$

$14a + 14 = 4a - 4$

$10a = -18$

$\leftarrow \boxed{a = \frac{-9}{5}}$

---

۷)

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2$

$\sqrt{x_1} + \left(\frac{1}{\sqrt{x_1}}\right) + 2 + \sqrt{x_2} + \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}}\right) + 2$ ($\frac{1}{\sqrt{x_1}} = \sqrt{x_2}$, $\frac{1}{\sqrt{x_2}} = \sqrt{x_1}$)

$4 + 2\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$

$f(\underbrace{2-\sqrt{3}}_{x_1}) + f(\underbrace{2+\sqrt{3}}_{x_2})$

$= 4 + 2\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$4 + 2(\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}}_{A})$

$\rightarrow A^2 = 6 \rightarrow A = \sqrt{6}$

جواب $= 4 + 2\sqrt{6}$

---

۸)

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x$

$f(x) = ?$

$4f(x) - 6f(-x) = 8x^2 - 2x \quad \times 2$

$6f(-x) - 9f(x) = 12x^2 + 3x \quad \times 3$

$-5f(x) = 20x^2 + x$

$\leftarrow \boxed{f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}}$

---

۹)

$(x+2)f(x) = 3x\, f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$

$f(0) = x = 0 \quad 2f(0) = 3m - 1$

$f(0) = \frac{3m-1}{2}$

$x = -2 \rightarrow 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 \rightarrow 15 + 5m$

$\frac{3m-1}{2} = \frac{5m+15}{6}$

$18m - 6 = 10m + 30$

$m = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$

سوال ۹ → $f(0) = \frac{5m+15}{4} \rightarrow \frac{2\frac{9}{2}-1}{2} = \frac{\frac{25}{2}}{2} \Rightarrow f(2) = \frac{25}{4}$

۱۰

f خطی → $ax+b$

$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \frac{3x^2-12x+3}{x} \rightarrow x=-1 \quad 2f(-1) = \frac{3+12+3}{-1}$

$f(-1) \Rightarrow \quad 2f(-1) = -18$

$f(-1) = -9$
