گروه یازدهم (دختران) — به نام خدا — زهرا آناجی — ۲۰

۱

1) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2-x^2}{x^2-x}=\frac{x^2+1-2x-x^2}{x^2-x}$

$\rightarrow \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$ — جدول تعیین علامت: $0,\ \frac{1}{2},\ 1$: $+\ |\ -\ |\ +\ |\ -$ — $D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

2) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \rightarrow x\neq 0,1$ ، $\frac{3(x+2)+x-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}$ ۵

$D(f)=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲

1) $\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)} \rightarrow (\frac{1}{3})^x-9=0 \Rightarrow (\frac{1}{3})^x=9 \rightarrow x=-2$

$32-4^x=0 \rightarrow 2^{2x}=2^5 \rightarrow x=\frac{5}{2}$ — جدول: $-2,\ \frac{5}{2}$: $+\ |\ -\ |\ +$ — $D(f)=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

2) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$ ۵

$\sqrt[4]{x-1}\leq 3$ توان ۴ $x-1\leq 81 \rightarrow x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1$ $x\leq 82$

$D(f)=[1,82]$

۳

$f(x)=\frac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ ، $x^2-x-2>0 \rightarrow (x-2)(x+1)>0$ — جدول: $-1,\ 2$: $+\ |\ -\ |\ +$

$x^2-1\geq 0 \rightarrow x^2\geq 1$ ، $x\geq 1$ ، $x\leq -1$ ۵

$D(f)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}$ ، $-x^2+ax+3\geq 0$

$D(f)=[-2,b]$ ، $x^2-ax-3\leq 0$ ، $(x+2)(x-\frac{3}{2}) \rightarrow x^2+\frac{1}{2}x-3\leq 0$

$a+b=?$ ، $(x+2)(x-b)$ ۵

$-2\times b=-3$ ، $a=-\frac{1}{2}$

$b=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$ ، $a+b=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

۵)

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 1 \\ 2x+3 & x < 1 \end{cases}$$

$3x-2 \geq x$

$2x \geq 2$

$x \geq 1$

برای اعداد کوچکتر از ۱ از -۳ به بعد برقراره ولی بزرگتر ۱ همواره برقراره

د) $[-3, +\infty)$

$g(x) = \sqrt{f(x)-x}$

$2x+3 \geq x$

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

$f(x) \geq x$

---

۶)

$$f(x) = \begin{cases} (ax+1)(x+2) & x > 1 \\ 3a+2x & x \leq 1 \end{cases}$$

$2f(5) = f(-2) + a \qquad a = ?$

$2(a+1)(5+2) = (3a+2) - 2 + a$

د) $2(5a+2a+5+2) = 4a-4$

$14a + 14 = 4a - 4$

$10a = -18$

$\leftarrow \boxed{a = \frac{-9}{5}}$

---

۷)

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2$

$\sqrt{x_1} + \left(\frac{1}{\sqrt{x_1}}\right) + 2 + \sqrt{x_2} + \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}}\right) + 2$

$f(\overset{x_1}{2-\sqrt{3}}) + f(\overset{x_2}{2+\sqrt{3}})$

$4 + 2\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$

ج) $= (4) + 2\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$4 + 2(\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}}_{A})$

$\rightarrow \boxed{A^2 = 6} \rightarrow A = \sqrt{6}$

جواب $\boxed{= 4 + 2\sqrt{6}}$

---

۸)

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x$

$f(x) = ?$

$4f(x) - 6f(-x) = 4x^2 - x \quad \times 2 \qquad 8x^2 - 2x$

د) $6f(-x) - 9f(x) = 4x^2 + x \quad \times 3$

$12x^2 + 3x$

$\boxed{f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}} \leftarrow -5f(x) = 20x^2 + x$

---

۹)

$(x+2)f(x) + 3x\, f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$

$f(0) = ? \quad x = 0$

$2f(0) = 3m - 1$

$f(0) = \frac{3m-1}{2}$

$x = -2 \rightarrow 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 \rightarrow 15 + 5m$

$\frac{3m-1}{2} = \frac{5m+15}{6}$

$18m - 6 = 10m + 30$

$m = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$

۹ ص ۱۱ → $f(0) = \frac{5m+15}{9} \rightarrow \frac{3\frac{9}{2}-1}{2} = \frac{\frac{25}{2}}{2} \Rightarrow f(2) = \frac{25}{4}$

۱۰

f خطی → $ax+b$

$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \frac{3x^2-12x+3}{x} \rightarrow x=-1 \quad 2f(-1) = \frac{3+12+3}{-1}$

$2f(-1) = -18$

$f(-1) \Rightarrow$

$f(-1) = -9$