یازدهم تجربی — دنیا حسینی — تکلیف شماره ۴

①

الف) $f(x)=\sqrt{\underbrace{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}}$

$x\neq 0$ و $x-1\neq 0 \to x\neq 1$

$=\frac{x^2+1-2x-x^2}{x(x-1)}=\frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0 \to \frac12$

0	$\frac12$	1
+ ت	− 0	+ ت

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac12,1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$

$x+1\neq 0 \to x\neq -1$ ، $x\neq 0$

$x-1\neq 0 \to x\neq 1$ ، $x+2\neq 0 \to x\neq -2$

$\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0$ ، $-\frac54$ ، $x\neq -\frac54$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,0,1,-2,-\frac54\}$

---

②

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac13\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$

$\left(\left(\frac13\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$

$\left(\frac13\right)^x=3^{-x}=3^2$ ، ریشه ، $x=-2$

$2^5=2^{2x}$ ، ریشه $x=\frac52$

-2	$\frac52$
+ 0	− 0 +

$D_f=\mathbb{R}-(-2,\frac52)$

ب) $\sqrt{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ ، $x-1\geq 0$ ، $x\geq 1$

$D_f=[1,+\infty)$

---

③

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \longrightarrow x^2-x-2>0$

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \to$ همواره برقرار

$(x+1)(x-2)>0$ ، -1 ، 2

-1	2
+ 0	− 0 +

$D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)=\mathbb{R}-[-1,2]$

s.a.m

۴)

$$-x^۲+ax+۳$$

$$\sqrt{۳+ax-x^۲} \rightarrow D=[-۲, \cancel{b}]\quad b=\frac{۳}{۲} \qquad a+b=?=\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۲}=۱$$

$$-۲=\alpha\ \text{ریشه} \qquad \beta\ \text{ریشه}=b \qquad P=\frac{c}{a}=-۳ \qquad b\times -۲=-۳ \qquad b=\frac{۳}{۲}$$

$$S=\frac{۳}{۲}-۲=-\frac{۱}{۲}=\frac{-a}{-۱}=a \longrightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

---

۵)

$$f(x)=\begin{cases} ۳x-۲ & ; x\geq ۱ \\ ۲x+۳ & ; x<۱ \end{cases} \qquad \text{دامنه } g(x)=\sqrt{f(x)-x}\ ?$$

$$f(x)-x\geq ۰ \qquad f(x)\geq x$$

$$x<۱ \rightarrow ۲x+۳\geq x \qquad x\geq -۳ \xrightarrow{\cap} [-۳, ۱)$$

$$x\geq ۱ \rightarrow ۳x-۲\geq x \qquad ۲x\geq ۲ \qquad x\geq ۱ \xrightarrow{\cap} [۱, +\infty)$$

$$D_f=[-۳, +\infty)$$

-۳ ۱

---

۶)

$$ax+۲a+x+۲=(a+۱)x+۲a+۲$$

$$f(x)=\begin{cases} (a+۱)(x+۲) & ; x>۱ \\ ۳a+۲x & ; x\leq ۱ \end{cases}$$

$$\rightarrow ۳a+۲(-۲)=۳a-۴$$

$$۲f(۵)=f(-۲)+a \qquad a=?$$

$$۲(۵(a+۱)+۲a+۲)=۲(\cancel{۵a+۵+۲a+۲})=۱۴a+۱۴=۳a-۴+a$$

$$۷a+۷$$

$$۱۴a+۱۴=۴a-۴$$

$$۱۰a=-۱۸$$

$$a=-۱٫۸$$

s.a.m

۷)

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \longrightarrow f(2-\sqrt{3}) + f(2+\sqrt{3}) = ?$

$\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}} + 2 + \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$

$\star\ 2-\sqrt{3}$ و $2+\sqrt{3}$ معکوس اند $\quad 2(\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}}) + 4$ و ثابت

$A^2 = 2 - \cancel{\sqrt{3}} + 2 + \cancel{\sqrt{3}} + 2 = 6 \qquad A \longrightarrow A = \pm\sqrt{6}$

جواب $= 2\sqrt{6} + 4$

---

۸)

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \xrightarrow{\times 2} \quad 4f(x) - \cancel{6f(-x)} = 8x^2 - 2x$

$2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x \xrightarrow{\times 3} \quad \cancel{6f(-x)} - 9f(x) = 12x^2 + 3x$

$f(x) = \frac{-12x^2 - 3x}{5} \qquad -5f(x) = 12x^2 + 3x$

---

۹)

$(x+2)f(x) - 3x f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1 \qquad f(0) = ?$

$x = 0 \to 2f(0) = 3m - 1 \qquad f(0) = \frac{3m-1}{2} = \frac{25}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$

$x = -2 \to 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 = 5m + 15 \to 2f(0) = \frac{5}{3}m + 5$

$\frac{5}{3}m + 5 = 3m - 1 \qquad \frac{4}{3}m = 6 \qquad m = \frac{9}{2}$

---

۱۰) $f(x)$ تابع خطی

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x} = \frac{ax^2 + 2bx + a}{x}$

$f(-1) = ?$

$f(x) = ax + b \qquad f(\frac{1}{x}) = \frac{a}{x} + b \qquad a = 3 \quad b = -6$

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{ax^2 + bx + a + bx}{x} = \frac{ax^2 + 2bx + a}{x}$

s.a.m $\quad f(x) = 3x - 6$

$f(-1) = -3 - 6 = -9$