بسم رب الذی خلق الهدی

ستایش عراقی زاده

یازدهم دختر

تکلیف ۴

①

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-۱}{\boxed{x}}-\frac{x}{\boxed{x-۱}}}\geq ۰$

$\hookrightarrow x\neq ۰$ $\hookrightarrow x\neq ۱$

$\frac{x^۲-۲x+۱-x^۲}{x^۲-x}\geq ۰$

$\frac{-۲x+۱}{x(x-۱)}\geq ۰$

$x\neq ۰$ $\hookrightarrow x\neq ۱$

$۰ \quad ۱/۲ \quad ۱$

$+ \; | \; - \; | \; + \; | \; -$

$\boxed{D_f=(-\infty,۰)\cup[\tfrac{۱}{۲},۱)}$

ب) $f(x)=\frac{\frac{۱}{\boxed{x+۱}}-\frac{۲}{\boxed{x}}}{\boxed{\frac{۳}{\boxed{x-۱}}+\frac{۱}{\boxed{x+۲}}}}$

$x\neq -۱$ $\quad x\neq ۰$ $\quad \neq ۰$ $\quad x\neq ۱$ $\quad x\neq -۲$

$\rightsquigarrow \frac{\boxed{۳x+۶+x-۱}}{\boxed{x^۲+x-۲}}\neq ۰$ $\quad \neq ۰$ $\quad \neq ۰$

$x\neq -۲ , ۱$

صورت $\rightarrow ۴x+۵\neq ۰ \Rightarrow x\neq -\frac{۵}{۴}$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{-۲,-۱,-\frac{۵}{۴},۰,۱\}}$

②

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{۱}{۳})^x-۹)(۳۲-۴^x)}\geq ۰$

ریشه $(۳^{-x}=۳^۲$ $\quad$ $۲^۵=۲^{۲x})$ ریشه

$\boxed{x=-۲}$ $\quad$ $\boxed{x=\frac{۵}{۲}}$

$-۲ \quad ۲٫۵$

$+ \; | \; - \; | \; +$

$\boxed{D_f=(-\infty,-۲]\cup[۲٫۵,+\infty)}$

ب) $\sqrt[۴]{x-۱}+\sqrt{y+۱}=۳ \Rightarrow \sqrt{y+۱}=\underbrace{۳-\sqrt[۴]{x-۱}}$

$\hookrightarrow x\geq ۱$ (I)

جواب رادیکال همیشه نامنفی است

$۳-\sqrt[۴]{x-۱}\geq ۰$

$۳\geq \sqrt[۴]{x-۱} \Rightarrow x-۱\leq ۸۱ \rightsquigarrow x\leq ۸۲$ (II) $\Rightarrow D_f=\text{I}\cap\text{II}$

$\boxed{D_f=[۱,۸۲]}$

③

$f(x)=\log_۴ \frac{\boxed{x^۲-x-۲}}{\boxed{\sqrt{x^۲-۱}+۱}}$

$\rightarrow (x-۲)(x+۱)>۰$

$-۱ \quad ۲$

$+ \; | \; - \; | \; +$ (II)

مخرج جمع عددی همواره نامنفی و ۱ است، هرگز صفر نمی‌شه

$\rightarrow x^۲\geq ۱ \Rightarrow \begin{cases} x\geq ۱ & (I) \\ x\leq -۱ \end{cases}$

$\boxed{D_f=\text{I}\cap\text{II}=(\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)}$

یعنی ۲- و b ریشه‌ی عبارت زیر رادیکال است

SUBJECT:
Year: Month: Day:
Page: ( )

④

$a+b=?$ $D_f=[-۲, b]$ $\sqrt{۳+ax-x^۲}$

راه اول

$-x^۲+ax+۳ \xrightarrow{x=-۲} -۴-۲a+۳=۰ \Rightarrow -۱-۲a=۰ \Rightarrow \boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$

$-x^۲-\frac{۱}{۲}x+۳ \xrightarrow[\text{دوبین دلتا}]{\text{ریشه‌ها}} x=\dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\sqrt{\frac{۱}{۴}+۱۲}}{-۲}$ $\frac{۴۹}{۴}$ $\longrightarrow x=\dfrac{\frac{۱}{۲}\pm\frac{۷}{۲}}{-۲}$

$x=-۲$

ریشه‌ی دوم $\boxed{x=\frac{۳}{۲}} \rightarrow \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\boxed{۱}$

راه دوم

$-۲, b$ ریشه اند $\longrightarrow \alpha\beta=\frac{c}{a}$ ضریب $x^۲$ $\Rightarrow -۲b=-۳ \Rightarrow \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ضریب x / ضریب $x^۲$ $\Rightarrow b-۲=\frac{-a}{-۱} \Rightarrow \frac{۳}{۲}-۲=a \Rightarrow \boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\boxed{۱}$

⑤

$g(x)=\sqrt{f(x)-x}\geq ۰$ $f(x)=\begin{cases}۳x-۲ & x\geq ۱\\ ۲x+۳ & x<۱\end{cases}$

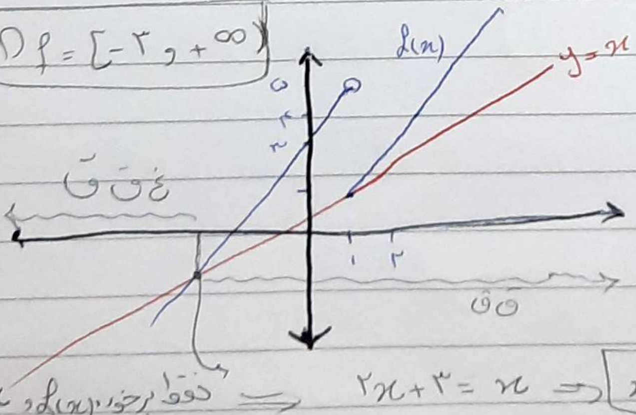
راه اول

$f(x)\geq x$ $\xrightarrow{x\geq ۱ \text{ بازه شد}} ۳x-۲\geq x \Rightarrow \boxed{x\geq ۱}$ ✓ در بازه هست

$\xrightarrow{x<} ۲x+۳\geq x \Rightarrow x\geq -۳ \xrightarrow{\text{در بازه}} \boxed{-۳\leq x<۱}$

اجتماع

$\boxed{D_f=[-۳, +\infty)}$



خط f(x) باید بالاتر از x باشد.

راه دوم

$\boxed{D_f=[-۳, +\infty)}$

صفر تابع g(x) نقطه برخورد f(x) و x در محدوده‌ی کوچکتر از ۱ $\Rightarrow ۲x+۳=x \rightarrow \boxed{x=-۳}$

⑥

$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & x>۱\\ ۳a+۲x & x\leq ۱\end{cases}$ $۲f(۵)=f(-۲)+a$

$۱۴a+۱۴=۳a-۴+a$

Senobar

$f(۵)=(a+۱)(۵+۲)=۷a+۷$
$f(-۲)=۳a+۲(-۲)=۳a-۴$

$۱۰a=-۱۸$

$\boxed{a=-۱,۸}$

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

۷

$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = ?\ B \qquad f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲$

$(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳}) = ۴-۳ = ۱ \longrightarrow$ این دو عدد معکوس‌اند

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} + ۲ + \sqrt{\frac{1}{x}} + \overset{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}} + ۲ = ۲\sqrt{x} + ۲\sqrt{\frac{1}{x}} + ۴$

$۲(\underbrace{\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}) + ۴$

$\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{\frac{1}{۲-\sqrt{۳}}} = A \Rightarrow$

$A^۲ = ۲-\sqrt{۳} + \frac{1}{۲-\sqrt{۳}} + ۲\sqrt{\frac{\cancel{۲-\sqrt{۳}}}{\cancel{۲-\sqrt{۳}}}}\ ۱ \Rightarrow$

$۲-\sqrt{۳} + \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴-۳} + ۲ = ۲-\cancel{\sqrt{۳}} + ۲ + \cancel{\sqrt{۳}} + ۲ \Rightarrow \boxed{۶ = A^۲}$

$A = \pm\sqrt{۶} \Longrightarrow B = A + ۴ \Rightarrow \boxed{B = ۴ + \sqrt{۶}}$

غ ق ق چون جواب جمع ۲ رادیکال منفی نمی‌شود

۸

$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x$

$x \rightarrow ۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \xrightarrow{\times ۲} ۴f(x) - \cancel{۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x$

$-x \rightarrow ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \xrightarrow{\times ۳} \cancel{۶f(-x)} - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$ } +

$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x \Rightarrow \boxed{f(x) = -۴x^۲ - \frac{1}{۵}x}$

۹

$(x+۲)f(x) - ۳x\,f(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$

$x = ۰ \rightarrow ۲f(۰) = ۳m - ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۶f(۰) = ۹m - ۳$

$x = -۲ \rightarrow ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ \longrightarrow ۶f(۰) = ۵m + ۱۵$

$۶f(۰) = ۶f(۰)$

$۹m - ۳ = ۵m + ۱۵$

$۴m = ۱۸ \Rightarrow \boxed{m = ۴٫۵}$

$۲f(۰) = ۳m - ۱ \Rightarrow ۲f(۰) = ۳(۴٫۵) - ۱ \Rightarrow ۲f(۰) = ۱۲٫۵$

$\hookrightarrow \boxed{f(۰) = ۶٫۲۵}$

SUBJECT:

Year: Month: Day: Page : (   )

$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$ $\qquad f(-۱)=?$ $\qquad$ ۱۰

$$\underset{\downarrow}{f(x)}$$

$$ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{ax^۲+bx+a+bx}{x}=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$$

$$\boxed{a=۳}$$

$$\frac{\boxed{۳}x^۲\boxed{-۱۲x}+\boxed{۳}}{x}=\frac{\boxed{a}x^۲\boxed{+۲b}x+\boxed{a}}{x}$$

$$۲b=-۱۲\Rightarrow\boxed{b=-۶}$$

$$f(x)=۳x-۶\xrightarrow{f(-۱)}۳(-۱)-۶=\boxed{-۹}$$