دهم ریاضی C

الهام مهدی

(۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}\geq 0 \rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0$

$\rightarrow \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0 \rightsquigarrow$

	0		$\frac{1}{2}$		1	
$+$		$-$		$+$		$-$

$\rightsquigarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \rightarrow x\neq 0,-1$ ①

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}>0 \rightarrow \frac{\overbrace{3x+6+x-1}^{4x+5}}{(x-1)(x+2)} \rightsquigarrow$

	-2		$-\frac{5}{4}$		1	
$-$		$+$		$-$		$+$

②

$\xrightarrow{①\cap②} D_f=(-2,-\frac{5}{4})\cup(1,+\infty)$

(۲

الف) $f(x)=\sqrt{(\underbrace{(\frac{1}{3})^x-9}_{-2})(\underbrace{32-4^x}_{\frac{5}{2}})}\geq 0\rightarrow$

	-2		$\frac{5}{2}$	
$+$		$-$		$+$

$\rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \quad (\sqrt{y-1}=3-\sqrt[4]{x-1})^2\rightarrow$

$y-1=9+\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1}\rightarrow y=\sqrt{x-1}+10-6\sqrt[4]{x-1}$

$\rightarrow x-1\geq 0 \rightarrow D_f=[1,+\infty)$

$x\geq 1$

(۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)>0}{\sqrt{x^2-1}+1}\rightarrow (x-2)(x+1)>0$

	-1		2	
$+$		$-$		$+$

①

$x^2-1\geq \rightarrow x^2\geq 1\rightarrow x\geq 1$, $x\leq -1$ ②

$\xrightarrow{①,②} D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

(۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}\geq 0\rightarrow D_f=[-2,b] \quad a+b=?$

	-2		b	
$-$		$+$		$-$

$x=-2\rightarrow -4-2a+3=0$

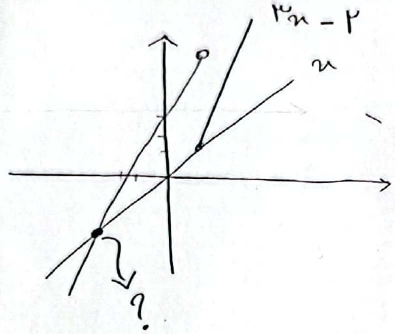
$\rightarrow 2a=-1 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}+3=0\rightarrow x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{2}$ ، -2 ، $\frac{3}{2}\rightarrow b=\frac{3}{2}$

$\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=1$

۵

$g(x) = \sqrt{f(x) - x} \geq ۰ \rightarrow f(x) \geq x$



$? = ۲x + ۳ = x \rightarrow x = -۳$

$D_f = [-۳, +\infty)$

۶

$f(۵) = (a+۱)(۵+۲) = ۷a + ۷$

$۲f(a) = f(-۲) + a \rightarrow ۲(۷a+۷) = ۳a + -۴ + a$

$۱۴a + ۱۴ = ۳a + a - ۴$

$۱۰a = -۱۸ \rightarrow \boxed{a = -۱٫۸}$

۷

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \qquad f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳})$

$\rightarrow \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + ۲ + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} + ۲$

$= \frac{۲+\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + \frac{۲-\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$

$= \frac{۲ + \sqrt{۹-۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۲ - \sqrt{۹+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۱}$

$= ۴ + \sqrt{۹-۳\sqrt{۳}} - \sqrt{۹+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

(۸)

$$(۲ f(x) - ۳ f(-x) = ۴x^۲ - x)\ ۲$$

$$(۲ f(-x) - ۳ f(x) = ۴x^۲ + x)\ ۳$$

$$-۵ f(x) = ۲۰ x^۲ + x \rightarrow f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}$$

(۹)

$$(x+۲) f(x) - ۳x f(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$$

$$\hookrightarrow x = 0 \rightsquigarrow ۲f(0) = ۳m - ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۹m - ۳$$

$$x = -۲ \rightsquigarrow ۶f(0) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = ۱۵ + ۵m$$

$$۹m - ۳ = ۱۵ + ۵m \rightarrow ۴m = ۱۸ \rightarrow m = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲}$$

$$۲ f(0) = \frac{۲۷}{۲} - ۱ = \frac{۲۵}{۲} \rightarrow f(0) = \frac{۲۵}{۴}$$

(۱۰)

$$f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$$

$$\hookrightarrow ax + b \rightarrow ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$$

$$\rightarrow ax^۲ + ۲bx + a = ۳x^۲ - ۱۲x + ۳ \rightarrow a = ۳,\ b = -۶$$

$$f(x) = ۳x - ۶ \rightarrow f(-۱) = -۳ - ۶ = -۹$$

یا

$$\xrightarrow{x = -۱} f(-۱) + f(-۱) = \frac{۳ \times ۱ - ۱۲ \times (-۱) + ۳}{-۱} = -۱۸$$

$$\rightarrow ۲f(-۱) = -۱۸ \rightarrow f(-۱) = -۹$$