دهم دفتر C   ۱۷,۷۵   اسما مهدی

① الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}\geq 0 \to \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0$

$\to \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0 \rightsquigarrow$

0		$\frac{1}{2}$		1	
$+$		$-$		$+$	$-$

$\rightsquigarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \to x\neq 0,-1$ ①   ۱,۵

-2		$-\frac{5}{4}$		1	
$-$	$+$		$-$		$+$

②

مخرج باید مخالف صفر باشد لازم نیست بزرگتر از صفر باشد

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\ \cancel{\geq 0}\ \neq 0 \to \frac{\overbrace{3x+6+x-1}^{4x+5}}{(x-1)(x+2)}$ $\xrightarrow{①,②} D_f=(-2,-\frac{5}{4})\cup(1,+\infty)$

$D_f=\mathbb{R}-\{\pm1,0,-2,-\frac{5}{4}\}$

---

② الف) $f(x)=\sqrt{\underbrace{((\frac{1}{3})^x-9)}_{-2}\underbrace{(32-4^x)}_{\frac{5}{2}}}\geq 0 \to$

-2		$\frac{5}{2}$	
$+$	$-$		$+$

$\to D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ $(\sqrt{y-1}=3-\sqrt[4]{x-1})^2 \to$ ۱,۲۵

$y-1=9+\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1} \to y=\sqrt{x-1}+10-6\sqrt[4]{x-1}$

$\to x-1\geq 0 \to D_f=[1,+\infty)$
$x\geq 1$

---

③ $f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

$\log(x^2-x-2)>0 \to (x-2)(x+1)>0$

-1		2	
$+$	$-$		$+$

①

$\sqrt{x^2-1} \to x^2-1\geq \to x^2\geq 1 \to x\geq 1,\ x\leq -1$ ②   ۲

$\xrightarrow{①,②} D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

---

④ $f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}\geq 0 \to D_f=[-2,b]$ $a+b=?$

-2		b	
$-$	$+$		$-$

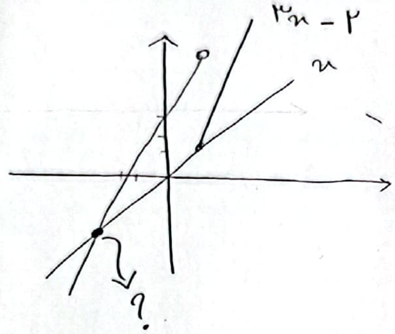
۲

$x=-2 \to -4-2a+3=0$
$\to 2a=-1 \to a=-\frac{1}{2}$
$-x^2-\frac{1}{2}+3=0 \to x=\frac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{2}$ $<$ -2, $\frac{3}{2} \to b=\frac{3}{2}$

$\to \frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=1$

۵

$$g(x) = \sqrt{f(x) - x} \geq ۰ \to f(x) \geq x$$



$$? = ۲x + ۳ = x \to x = -۳$$

$$D_f = [-۳, +\infty)$$

۲

۶

$$f(۵) = (a+۱)(۵+۲) = ۷a + ۷$$

$$۲f(a) = f(-۲) + a \to \underbrace{۲(۷a+۷)} = ۳a + -۴ + a$$

۲

$$۱۴a + ۱۴ = ۳a + a - ۴$$

$$۱۰a = -۱۸ \to \boxed{a = -۱/۸}$$

۷

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \qquad f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳})$$

$$\underbrace{(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})}_{\text{عکس هم هستند}} = ۱$$

$$\to \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \overset{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}} + ۲ + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \overset{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}} + ۲$$

$$۴ + ۲(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}_{A \to A^۲ = ۶}) = ۴ + ۲\sqrt{۶}$$

۱

$$= \frac{۲+\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + \frac{۲-\sqrt{۳}+۱+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$$

$$= \frac{۲ + \sqrt{۶-۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۲ - \sqrt{۶+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۱}$$

$$= ۴ + \sqrt{۶-۳\sqrt{۳}} - \sqrt{۶+۳\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۳\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

۸)

$$\left(2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x\right)\times 2$$

$$\left(2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x\right)\times 3$$

$$-5f(x) = 20x^2 + x \rightarrow f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}$$

۲

---

۹)

$$(x+2)f(x) - 3x\,f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$$

$$\hookrightarrow x = 0 \rightarrow 2f(0) = 3m-1 \xrightarrow{\times 3} 9m-3$$

$$x = -2 \rightarrow 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 = 15 + 5m$$

$$9m - 3 = 15 + 5m \rightarrow 4m = 18 \rightarrow m = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

۴

$$2f(0) = \frac{27}{2} - 1 = \frac{25}{2} \rightarrow f(0) = \frac{25}{4}$$

---

۱۰)

$$\underline{f(x)} + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x}$$

$$\hookrightarrow ax+b \rightarrow ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x}$$

۲

$$\rightarrow ax^2 + 2bx + a = 3x^2 - 12x + 3 \rightarrow a = 3,\ b = -6$$

$$f(x) = 3x - 6 \rightarrow f(-1) = -3 - 6 = -9$$

یا

$$\overset{x=-1}{\hookrightarrow} f(-1) + f(-1) = \frac{3\times 1 - 12\times(-1) + 3}{-1} = -18$$

$$\rightarrow 2f(-1) = -18 \rightarrow f(-1) = -9$$

۲- ب)

$$x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$\underbrace{3 - \sqrt[4]{x-1}}_{\geq 0} = \underbrace{\sqrt{y+1}}_{+} \rightarrow x \leq 82 \rightarrow D_f = [1, 82]$$