به نام خداوند دانش — یازدهم دهم گروه ( )

Subject : (شماره تکلیف :: ۴) Date:

۱)

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}=\sqrt{\frac{(x-1)(x-1)-[x(x)]}{x(x-1)}}$

$=\sqrt{\frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x}}=\sqrt{\frac{-2x+1}{x(x-1)}}$ $\boxed{\text{زیر رادیکال} \geq 0}$

$-2x+1=0\Rightarrow -2x=-1$

$x=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$x=0,\ x=1$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$		$-$	0	$+$		$-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $\boxed{x\neq -1}$ $\boxed{x\neq 0}$ $\boxed{x\neq 1}$ $\boxed{x\neq -2}$

مخرج $\neq 0$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0$

$\frac{\overset{3x+6}{3(x+2)}+\overset{x-1}{1(x-1)}}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{x^2+x-2}$

$\Rightarrow 4x+5\neq 0\Rightarrow 4x\neq -5\Rightarrow \boxed{x\neq -\frac{5}{4}}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,0,1,-2,-\frac{5}{4}\}$

۲)

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)}\rightarrow 32=4^x$

$2^5=2^{2x}\Rightarrow 2x=5\Rightarrow \boxed{x=\frac{5}{2}}$

$\boxed{\text{زیر رادیکال} \geq 0}$ $\boxed{\text{مخرج} \neq 0}$

یا $\ (\frac{1}{3})^x=9$

$3^{-1(x)}=9=3^2\Rightarrow -x=2\Rightarrow \boxed{x=-2}$

x		-2		$\frac{5}{2}$	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $f(x)=\underbrace{\sqrt[4]{x-1}}_{\geq 0}+\underbrace{\sqrt{g+1}}_{\geq 0}=3$

$x-1\geq 0$

$x\geq 1$

$3\geq\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

$81\geq x-1\geq 0$

$82\geq x\geq 1$

$D_f=[1,82]$

Arman

به نام خداوند دانش

Subject : (   )   Date :

③

$$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$$

$x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$; 2 , -1

-1		2	
$+$	$-$		$+$

$x^2-1\geq 0 \quad (x+1)(x-1)\geq 0$

-1		1	
$+$	$-$		$+$

$\underbrace{\sqrt{x^2-1}}_{\geq 0}+1\neq 0$ و همواره برقرار است

$$D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$$

④

$\sqrt{-x^2+ax+3}$ $\quad D_f=[-2,b]$ $\quad a+b$

-2		$\frac{3}{2}$	
$-$	$+$		$-$

$=\sqrt{-(x^2-ax-3)}$

$-(x+2)(x+c)=x^2-ax-3$

$\Rightarrow -x^2+ax+3 \xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0$

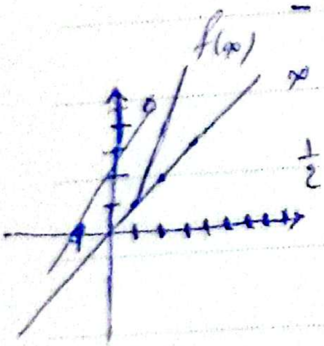
$-2a-1=0 \Rightarrow -2a=1$ $\quad \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$-(x^2+\frac{1}{2}x-3)=-x^2-\frac{1}{2}x+3$

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-4\times-1\times3}}{-2}$ $\quad (+12)$

$\frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$

$\sqrt{\Delta}=\frac{7}{2}$



$\frac{\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{-2}=2 \qquad \frac{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-2}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$ $\quad (-\frac{6}{2})$

$$\boxed{-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1}$$

⑤

$$f(x)=\begin{cases}3x-2 & x\geq 1\\ 2x+3 & x<1\end{cases}$$

دامنه تابع $\quad g(x)=\sqrt{f(x)-x}$

$f(x)-x\geq 0 \Rightarrow f(x)\geq x$

$D_f=[-3,+\infty)$

$\boxed{3x-2\geq x}\ x\geq 1$

$\Rightarrow 2x-2\geq 0 \quad 2x\geq 2 \Rightarrow x\geq 1$ ✓

— *Arman* —

$\boxed{2x+3\geq x}\ x<1 \quad \cap\ -3\leq x<1$

$\Rightarrow 2x+3\geq x \Rightarrow x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$

بنام خداوند دانشها

Subject : (   )   Date :

④ $f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+2) & x>1 \\ 3a+2x & x\le 1 \end{cases}$ ، $2f(5) = f(-2) + a$ ، مقدار a ؟؟؟؟

$$2\big[\underbrace{(a+1)(5+2)}_{7a+7}\big] = \underbrace{3a+2(-2)+a}_{4a-4}$$

$$14a+14 = 3a-4+a \Rightarrow 10a = -18$$

$$\boxed{a=-1.8}$$

⑦ $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2$

$$f(\underbrace{2-\sqrt{3}}_{a}) + f(\underbrace{2+\sqrt{3}}_{\frac{1}{a}})$$

$$a = 2-\sqrt{3} \qquad \frac{1}{a} = \frac{1\,(2+\sqrt{3})}{\underbrace{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}_{1}} = 2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} + 2 + \underbrace{\sqrt{\frac{1}{a}}}_{\frac{1}{\sqrt{a}}} + \underbrace{\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{a}}}}_{\sqrt{a}} + 2$$

$$= 2\sqrt{a} + 2\frac{1}{\sqrt{a}} + 4$$

$$2\times\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2\,\frac{1(\sqrt{2+\sqrt{3}})}{\sqrt{2-\sqrt{3}}\,(\sqrt{2+\sqrt{3}})} + 4 = \underbrace{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}_{\sqrt{8-4\sqrt{3}}} + \underbrace{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}_{\sqrt{8+4\sqrt{3}}} + 4$$

$$A = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$A^2 = 2-\sqrt{3} + 2+\sqrt{3} + 2\sqrt{1} = 6 \Rightarrow A = \sqrt{6}$$

$$\boxed{2\sqrt{6}+4}$$

⑧

$$\big(2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x\big) \times 2 \Rightarrow 4f(x) - 6f(-x) = 8x^2 - 2x$$

$$x \to -x \quad \big(-3f(x) + 2f(-x) = 4\underset{(-x)^2}{x^2} + x\big) \times 3 \qquad -9f(x) + 6f(-x) = 12x^2 + 3x$$

$$\oplus \qquad -5f(x) = 20x^2 + x$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{20x^2+x}{-5} = -4x^2 - \frac{1}{5}x$$

⑨ اگر

$$(x+2)f(x) - 3x\,f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$$

مقدار $f(0)$

$x \Rightarrow ۰ \quad (۰+۲)\,f(۰) - \underbrace{۳\times ۰\times f(۰+۲)}_{۰} = ۴\times ۰^۲ - m\times ۰ + ۳m - ۱$

$\left(۲f(۰) = ۳m - ۱\right)\times ۳ \Rightarrow ۶f(۰) = ۹m - ۳$

$x \Rightarrow -۲ \quad \underbrace{(-۲+۲)\,f(-۲)}_{۰} - ۳\times -۲\times f(۰) = ۴\times(-۲)^۲ - m\times(-۲) + ۳m - ۱$

$۶f(۰) = ۴\times ۴ + ۲m + ۳m - ۱ = \underbrace{۱۶-۱}_{۱۵} + ۵m$

$۹m - ۳ = ۵m + ۱۵$

$۴m = ۱۸ \Rightarrow \boxed{m = \frac{۱۸}{۴}} \Rightarrow ۲f(۰) = ۳\times\frac{۱۸}{۴} - ۱$

$\frac{۵۴}{۴} - \frac{۴}{۴} = \frac{۵۰}{۴}$

$f(۰) = \frac{\frac{\cancel{۵۰}^{۲۵}}{۴}}{\frac{\cancel{۲}}{۱}} = \boxed{\frac{۲۵}{۴}} = ۶\frac{۱}{۴}$

(۱۰) $f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$

$f(x) = ax + b$

$f(-۱) = ؟؟؟؟$

$f(\frac{1}{x}) = \frac{a}{x} + b$

$\Rightarrow \frac{ax^۲}{x} + \frac{bx}{x} + \frac{a}{x} + \frac{bx}{x} = \frac{ax^۲ + ۲bx + a}{x}$

$ax^۲ + ۲bx + a = ۳x^۲ - ۱۲x + ۳ \Rightarrow a = ۳, \quad ۲b = -۱۲ \Rightarrow b = -۶$

$f(x) = ۳x - ۶$

$\Rightarrow f(-۱) = -۳ - ۶ = \boxed{-۹}$

$-۱\times ۳ - ۶$