۱۴٫۵

بنام خدا

آرتین امنی
یازدهم ریاضی

①

الف) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x} - \dfrac{x}{x-1}}$

$\rightarrow \dfrac{(x-1)^2 - x^2}{x(x-1)} \geq 0 \rightarrow \dfrac{x^2+1-2x-x^2}{x^2-x} \geq 0 \rightarrow \dfrac{1-2x}{x(x-1)} \geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ + & - & + & - \end{array}$$

$\rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup [\tfrac{1}{2}, 1)$

۳

ب) $f(x) = \dfrac{\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x}}{\dfrac{3}{x-1} + \dfrac{1}{x+2}}$ → اول مخرج های هر عبارت را بررسی کنیم پس -1 و 0 و 1 و -2 تعریف نشده

$\xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{معادله سازی}} \dfrac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)} \neq 0 \rightarrow \dfrac{4x+5}{(x-1)(x+2)} \neq 0 \rightarrow 4x \neq -5 \rightarrow x \neq \dfrac{-5}{4}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1, -2, 0, 1, \tfrac{-5}{4}\}$

②

$f(x) = \sqrt{\left(\left(\tfrac{1}{3}\right)^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right)}$ → عبارت ≥ 0

ریشه ها → $\left(\tfrac{1}{3}\right)^x - 9 = 0 \rightarrow \left(\tfrac{1}{3}\right)^x = 9 \rightarrow x = -2$

$32 - 4^x = 0 \rightarrow 32 = 4^x \rightarrow 2^5 = 2^{2x} \rightarrow x = \dfrac{5}{2}$

۱٫۵

$$\begin{array}{c|c|c} & -2 & \frac{5}{2} \\ + & - & + \end{array}$$

$D_f = (-\infty, -2] \cup [\tfrac{5}{2}, +\infty)$

Subject:
Date:

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \to \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

بزرگتر صفر

$\Rightarrow$ ① $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow 3\geq \sqrt[4]{x-1} \to 81\geq x-1$

$\to 10\geq x$ ② $x-1\geq 0 \to x\geq 1 \Rightarrow D_f=[1,82]$

③

$$f(x)=\frac{\log(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \to x^2-x-2>0 \to (x-2)(x+1)>0$$

①

	-1		2	
$+$	$\circ$	$-$	$\circ$	$+$

$\sqrt{x^2-1}\geq 0 \to x^2-1\geq 0 \to x^2\geq 1 \Rightarrow x\geq 1 ,\ x\leq -1$ ②

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \longrightarrow$ همواره برقرار ① ∩ ② $\rightsquigarrow$

$-1 \qquad 1 \quad 2$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

④

$\sqrt{3+ax-x^2} \rightsquigarrow [-2,b]$ $\qquad a+b=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$ ① جواب

$3+ax-x^2\geq 0 \xrightarrow{-2=\text{ریشه}} \Rightarrow 3-2a-4=0 \to -1=2a$

$a=-\frac{1}{2}$ $\qquad a=-\frac{1}{2}$

$3-\frac{1}{2}x-x^2\geq 0 \xrightarrow{\times 2} 6-x-2x^2\geq 0 \xrightarrow{\times -1} 2x^2+x-6\leq 0$

PAPCO

$\xrightarrow{\text{ریشه}} x^2+x-12\leq 0 \to$ $\qquad -2 \quad \frac{3}{2} \to b$

$(x+4)(x-3)$ $\qquad + \quad - \quad +$

Subject:
Date

$$f(x)=\begin{cases} \sqrt{2x-2} & ; x\geq 1 \\ \sqrt{x+3} & ; x<1 \end{cases}$$ ۵

د

شرط ① $x\geq 1 \longrightarrow \sqrt{2x-2} \longrightarrow 2x-2\geq 0 \longrightarrow \underset{\sim\sim}{x\geq 1}$

شرط ② $x<1 \longrightarrow \sqrt{x+3} \longrightarrow x+3\geq 0 \longrightarrow x\geq -3 \longrightarrow -3\leq x<1$

$\Rightarrow D_f=[-3,1)\cup[1,+\infty) \Rightarrow D_f=[-3,+\infty)$

۶

$$f(x)=\begin{cases} (a+1)(x+2) & ; x>1 \\ 3a+2x & ; x\leq 1 \end{cases}$$

$2f(5)=f(-2)+a$ د

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2\underbrace{(a+1)(x+2)}_{x=5}=\underbrace{3a+2x}_{x=-2}+a \Rightarrow 2(a+1)(7)=4a-4$

$\longrightarrow 14a+14=4a-4 \longrightarrow 10a=-18 \longrightarrow \underset{\sim\sim}{a=-1/8}$

۷

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$$

$f(2-\sqrt{3})+(f(2+\sqrt{3})$ شرط عبارت معکوس هم

$2-\sqrt{3}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

PAPCO

Subject:
Date

ادامه: پس فقط یک بار عبارت را حساب کرده به ازای یکی و ضرب در ۲ می کنیم چون در این تابع عدد با معکوسش جمع می شود و هر یک معکوس دیگری است!

$$f(2+\sqrt{3}) \longrightarrow f(x) = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + 2$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{2\times(2+\sqrt{3})}{2}} + \sqrt{\frac{1}{\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}}} + 2$$

$$4+2\sqrt{3} = \sqrt{\frac{(1+\sqrt{3})^2}{2}} \Rightarrow \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} + 2 = \frac{4+2\sqrt{3}+2+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)+2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$$

$$\frac{(1+\cancel{\sqrt{3}})(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{\sqrt{2}(\cancel{\sqrt{3}+1})} = (\sqrt{6}+2)\times 2 = 2\sqrt{6}+4$$

جواب

۸

$$\begin{cases} (2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x)\times 2 \\ (2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x)\times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4f(x) - \cancel{6f(-x)} = 8x^2 - 2x \\ \cancel{6f(-x)} - 9f(x) = 12x^2 + 3x \end{cases}$$

$$-5f(x) = 20x^2 + x \longrightarrow f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}$$

Subject:
Date

(a)

$f(0) \to (x+2)f(x) - 3x f(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$

$\xrightarrow{x=-2} 6f(0) = 16 + 2m + 3m - 1 \to 6f(0) = 15 + 5m$

$\xrightarrow{x=0} 2f(0) = 3m - 1 \xrightarrow{\times 3} = 9m - 3 \Rightarrow$

$9m - 3 = 15 + 5m \to 4m = 18 \to m = 4/5$

$f(0) = \dfrac{3m-1}{2} \Rightarrow \dfrac{13/5 - 1}{2} = \dfrac{12/5}{2} = 6/25$

(b)

$f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{3x^2 - 12x + 3}{x}$

$\to ax + b + \dfrac{a}{x} + b = \dfrac{3x^2 - 12x + 3}{x} \xrightarrow{\times x} ax^2 + bx + a + bx$

$= 3x^2 - 12x + 3 \Rightarrow ax^2 + 2bx + a = 3x^2 - 12x + 3$

$\to a = 3$, $b = -6$ $\Rightarrow f(x) = 3x - 6 \xrightarrow{f(-1)} -3 - 6 = -9$

PAPCO