آوا دادرسی　　تکلیف شماره ۴　　یازدهم دفتر C

۱

الف) $\sqrt{\dfrac{(x-۱)^۲-x^۲}{x(x-۱)}}=\sqrt{\dfrac{(x-۱-x)(x-۱+x)}{x(x-۱)}}=\sqrt{\dfrac{-۲x+۱}{x(x-۱)}}$

$\begin{array}{ccccccc} & ۰ & & ۱/۲ & & ۱ & \\ + & | & - & | & + & | & - \end{array}$

$D_f=(-\infty, ۰)\cup[۱/۲, ۱)$

۱ ب) $\dfrac{\dfrac{x-۲x-۲}{(x+۱)(x)}}{\dfrac{۳x+۶+x-۱}{(x-۱)(x+۲)}}=\dfrac{\dfrac{-x-۲}{(x+۱)(x)}}{\dfrac{۴x+۵}{\underbrace{(x-۱)(x+۲)}}}$

$(x+۱)(x)\longrightarrow\neq۰\Rightarrow x_۱\neq\{-۱, ۰\}$

$۴x+۵\rightarrow\neq۰\Rightarrow x_۲\neq\{-\frac{۵}{۴}\}$

$(x-۱)(x+۲)\longrightarrow\neq۰\Rightarrow x_۳\neq\{۱, -۲\}$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-۱, ۰, -\frac{۵}{۴}, ۱, -۲\}$

الف) $\sqrt{((\frac{۱}{۳})^x-۹)(۳۲-۲^{۲x})}$

$(\frac{۱}{۳})^x=۹\Rightarrow x=-۲$

$۲^{۲x}=۳۲\Rightarrow ۲x=۵\rightarrow x=\frac{۵}{۲}$

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & \frac{۵}{۲} & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\Rightarrow D_f=(-\infty, -۲]\cup[\frac{۵}{۲}, +\infty)$

۲

ب) $\underbrace{\sqrt{y-۱}}_{\text{همواره نامنفی است}}=۳-\underbrace{\sqrt[۴]{x-۱}}_{\text{باید همواره نامنفی باشد}}\Rightarrow\sqrt[۴]{x-۱}\leq۳\rightarrow|x-۱|\leq۸۱\Rightarrow-۸۱\leq x-۱\leq۸۱$

$-۸۰\leq x\leq۸۲$ $\textcircled{D_۱}$

همچنین $x-۱\geq۰\rightarrow x\geq۱$ $\textcircled{D_۲}$

$D_f=D_۱\cap D_۲=[۱, ۸۲]$

$x^۲-x-۲>۰\rightarrow(x-۲)(x+۱)>۰\rightarrow\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $D_۱$

۳

$x^۲ - x - ۲ > ۰ \rightarrow (x-۲)(x+۱) > ۰ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array} \quad D_۱$

$x^۲ - ۱ \geq ۰ \rightarrow (x-۱)(x+۱) \geq ۰ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۱ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array} \quad D_۲$

$\Big\} \quad D_۱ \cap D_۲ = (-\infty, -۱] \cup [۲, +\infty)$

$\sqrt{x^۲-۱} \neq -۱ \rightarrow$ بدیهی

۴

$x = -۲ \rightarrow ۳ - ۲a - ۴ = ۰ \Rightarrow -۲a = ۱ \rightarrow a = -۱/۲$]

$\Rightarrow \sqrt{-(x^۲ + \frac{۱}{۲}x - ۳)} \rightarrow x = \frac{-\frac{۱}{۲} \pm \sqrt{\frac{۴۹}{۴}}}{۲} \Rightarrow x_۱ = -\frac{۳}{۲} , x_۲ = -۲ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۲ & & -۳/۲ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array}$

$\Rightarrow D_f = [-۲, -۳/۲] = [-۲, b] \Rightarrow b = -\frac{۳}{۲}$] $\Rightarrow a + b = -\frac{۴}{۲} = -۲$]

۵

$x \geq ۱ \rightarrow f(x) = ۳x - ۲ \Rightarrow g(x) = \sqrt{۳x-۲-x} = \sqrt{۲x-۲} \rightarrow ۲x-۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \quad ⓵$ $D_۱$

$x < ۱ \rightarrow f(x) = ۲x + ۳ \Rightarrow g(x) = \sqrt{۲x+۳-x} = \sqrt{x+۳} \rightarrow x \geq -۳ \xrightarrow{x<۱} -۳ \leq x < ۱$ $D_۲$

$D_g = D_۱ \cup D_۲ = [-۳, +\infty)$

۶

$۲f(۵) = f(-۲) + a \rightarrow \underbrace{۲(a+۱)\overset{۷}{(۵+۲)}}_{۲(۷a+۷)} = ۳a - ۴ + a \rightarrow ۱۴a + ۱۴ = ۳a - ۴ + a$

$۱۰a = -۱۸ \Rightarrow a = -۱,۸$]

۷

$(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})=۱ \xrightarrow{\text{عکس هم هستند}} \Rightarrow \sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۴$

$=۲(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}_{A})+۴$

$A^۲=۲+\cancel{\sqrt{۳}}+۲-\cancel{\sqrt{۳}}+۲\sqrt{۱}=۶ \Rightarrow A=\sqrt{۶}$

$\Rightarrow ۲(\sqrt{۶})+۴=۲\sqrt{۶}+۴$

۸

$\begin{cases} ۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \\ ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۴f(x)-\cancel{۶f(-x)}=۸x^۲-۲x \\ \cancel{۶f(-x)}-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x \end{cases}$

$-۵f(x)=۲۰x^۲+x$

$\Rightarrow f(x)=-۴x^۲-\frac{x}{۵}$

۹

$۲f(۰)=۳m-۱ \quad (x=۰) \rightarrow f(۰)=\frac{۳m-۱}{۲}$

$۶f(۰)=۱۶+۲m+۳m-۱=۱۵+۵m \quad (x=-۲)$

$۶\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right)=۱۵+۵m \rightarrow ۹m-۳=۱۵+۵m \rightarrow ۴m=۱۸ \Rightarrow m=\frac{۱۸}{۴}=\frac{۹}{۲}$

$\Rightarrow f(۰)=\frac{۳(\frac{۱۸}{۴})-۱}{۲}=\frac{۱۳{,}۵-۱}{۲}=۶{,}۲۵=\frac{۲۵}{۴}$

۱۰

$ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \rightarrow x(ax+۲b+\frac{a}{x})=۳x^۲-۱۲x+۳$

$ax^۲+۲bx+a=۳x^۲-۱۲x+۳ \Rightarrow a=۳ ,\ ۲b=-۱۲ \Rightarrow b=-۶$

$\rightarrow f(x)=ax+b=۳x-۶ \rightarrow f(-۱)=۳(-۱)-۶=-۹$