السینا بلالی - تکلیف شماره ۲ ۲۰

$x \neq 0 \quad x \neq 1$

-۱

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)}{x} - \frac{x}{x-1}}$

$= \sqrt{\frac{(x-1)^2 - x^2}{x(x-1)}} = \sqrt{\frac{-2x+1}{x(x-1)}}$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad -$

$D_f: (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$

۵

ب) $f(x) = \dfrac{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2}} =$

$x \neq 0, -1, 1, -2$

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1, 0, -2, \frac{-5}{4}\}$

$\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)} \quad x \neq \frac{-5}{4}$

-۲

الف) $f(x) = \sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9\right)\left(32 - 4^x\right)}$

$-2 \quad 2/5$

$+ \quad - \quad +$

$D_f = (-\infty, -2] \cup [2/5, +\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3$

$3 - \sqrt[4]{x-1} \geq 0 \qquad \sqrt[4]{x-1} \leq 3$

$x \geq 1 \quad \mathrm{I}$

۵

$|x-1| \leq 81$

$-81 \leq x-1 \leq 81$

$-80 \leq x \leq 82 \quad \mathrm{II}$

$\mathrm{I} \cap \mathrm{II} \Rightarrow D_f = [1, 82]$

-۳

$f(x) = \dfrac{\log_2 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

همواره مثبت و مخالف ۰

$x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$

$-1 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$ I

$x^2-1 \geq 0 \quad x^2 \geq 1 \quad x \geq 1,\ x \leq -1 \quad \mathrm{II}$

۵

$\mathrm{I} \cap \mathrm{II} \rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

-۴

$f(x) = \sqrt{3+ax-x^2}$

سهمی ماکزیمم دار

۲- و b ریشه‌های سهمی هستند

$-2 \quad b$

$- \quad + \quad -$

$S = b+(-2) = \frac{-a}{-1} = a$

$P = -2b = -3$

$b = \frac{3}{2} \quad a+b = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

$\frac{3}{2} - 2 = a = \frac{-1}{2}$

۵

-۵

$g(x) = \sqrt{f(x)-x} \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{3x-2-x} = \sqrt{2x-2} \quad 2x-2 \geq 0 \quad x \geq 1 \xrightarrow{\cap ☆} x \geq 1 \ \mathrm{I}$

$\xrightarrow{☆ \ x<1} \sqrt{3x+3-x} = \sqrt{x+3} \quad x+3 \geq 0 \quad x \geq -3 \xrightarrow{\cap ☆} -3 \leq x < 1 \ \mathrm{II}$

۵

$\mathrm{I} \cup \mathrm{II} \rightarrow D_g = [-3, +\infty)$

-۶

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & x>1\\ 3a+2x & x\leq 1\end{cases}$$

$f(5)=(a+1)7=7a+7$

$f(-2)=3a-4$

$2f(5)=f(-2)+a$

$14a+14=3a-4+a$

$10a=-18$ $\boxed{a=-1.8}$

-۷

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+4$$

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}}\times\sqrt{2+\sqrt{3}}}_{1}}$$

$2(\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}_{A})+4$

$A^2=2-\cancel{\sqrt{3}}+2+\cancel{\sqrt{3}}+2\sqrt{1}=6$

$A=\sqrt{6}$ ← A مثبت است

$\boxed{2\sqrt{6}+4}$

-۸

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{x=-x} 2f(-x)-3f(x)=4x^2+x$

$-3f(x)+2f(-x)=4x^2+x$

$$f(x)=\frac{-3(4x^2+x)-2(4x^2-x)}{4-9}=\frac{-20x^2-x}{5}=-4x^2-\frac{x}{5}$$

-۹

$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \xrightarrow{x=0} 2f(0)=3m-1$

$\xrightarrow{x=-2} 6f(0)=16+2m+3m-1=5m+15$

$\frac{5m+15}{3m-1}=3$ $\quad 9m-3=5m+15$

$4m=18$ $\quad m=4.5$ $\quad 2f(0)=13.5-1=12.5$ $\quad f(0)=6.25$

-۱۰

$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{3x^2-12x+3}{x}=3x-12+\frac{3}{x}=3x-6+\frac{3}{x}-6$

$f(t)=3t-6 \xrightarrow{t=-1} f(-1)=-3-6=-9$