ستاره شیخ لنگری — یازدهم دفتری

قبل مخرج = ق م — مزدوج مخرج : م م

قبل صورت : ق ص — مزدوج صورت : م ص

---

(1)

$$\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3}=\frac{0}{0}\ (\text{رفع ابهام})\ \frac{(x-1)(4x-3)}{(x-1)(5x-3)}\to\frac{4-3}{5-3}=\frac{1}{2}$$

$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$

$4x^2-7x+3=(4x-3)(x-1)$

$x^2-8x+15=(x-5)(x-3)$

$5x^2-8x+3=(x-1)(5x-3)$

---

(2)

$$\lim_{x\to 0}\frac{|3x-1|-|3x+1|}{x}=\frac{1-3x-3x-1}{x}=\frac{-6x}{x}=-6$$

$3x-1 \to 0^+ = 0^+-1=(-)$

$\to 0^- = 0^--1=(-)$

---

(3)

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}=\frac{0}{0}\ (\text{رفع ابهام})\ \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2}=\sqrt{x}+2\xrightarrow{x=4}2+2=4$$

---

(4)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}\ (\text{رفع ابهام})\ \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}{(x-2)(2x+3)}=\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(2x+3)}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times 7}=\frac{1}{14}$$

$(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$

$2x^2-x-6 \to x^2-x-12=(x-4)(x+3)$

$2x^2-x-6=(x-2)(2x+3)=(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})(2x+3)$

---

(5)

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}=\frac{0}{0}\ (\text{رفع ابهام})\times\frac{\text{م م}}{\text{م ص}}\times\frac{\text{م ص}}{\text{م م}}$$

$1-x$

$2^2=4 \to 2a$; $2a=2$

$4-5+x$

$$\frac{-1\,(1-x)}{x-1}\times\frac{4}{2}=-2$$

۶)

$$\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{۳x+۴}-۴}{\sqrt[۳]{۵x+۷}-۳} \times \frac{ق۲}{ق۲} \times \frac{ف۳}{ف۳}$$

$۳x+۴-۱۶$, $۲\times۴=۸$, $۵x+۷-۲۷$, $ف۳ \to ۳x^۲ = ۲۷$

$$\frac{۳x-۱۲}{۵x-۲۰} \times \frac{۲۷}{۸} = \frac{۸۱}{۴۰}$$

$۳(x-۴)$, $۵(x-۴)$

---

۷)

$$\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{۳x+\sqrt{x}}-۲}{\sqrt[۳]{x}-۱} \times \frac{ق۲}{ق۲} \times \frac{ف۳}{ف۳}$$

$۳x+\sqrt{x}-۴$, $۲\times۲=۴$, $x-۱$, $ف۳ \to ۳x^۲=۳$

$$\frac{۳x+\sqrt{x}-۴}{x-۱} \times \frac{۳}{۴} = \frac{(\sqrt{x}-۱)(۳\sqrt{x}+۴)}{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)} \times \frac{۳}{۴} \xrightarrow{۱} \frac{۷}{۲} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۲۱}{۸}$$

$$۳(\sqrt{x})^۲ + \sqrt{x} - ۴ = (۳\sqrt{x}+۴)(\sqrt{x}-۱)$$

$$\sqrt{x}^۲ + \sqrt{x} - ۱۲ = (\sqrt{x}+۴)(\sqrt{x}-۳)$$

---

۸)

$$\lim_{x\to \pi} \frac{۱+\cos^۳ x}{\sin^۲ x} = \frac{۰}{۰} \text{ رفع ابهام } \frac{(۱+\cos x)(۱+\cos^۲ x-\cos x)}{(۱-\cos x)(۱+\cos x)}$$

$\sin^۲ x = ۱-\cos^۲ x$

$$= \frac{۱+\cos^۲ x-\cos x}{۱-\cos x} \xrightarrow{x\to\pi} \frac{۱+۱+۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

---

۹)

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{۱-\tan x}{\sin x-\cos x} = \frac{۰}{۰} \text{ رفع ابهام } \frac{۱-\frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x} = \frac{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x} = \frac{-۱}{\cos x}$$

$$\xrightarrow{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{-۱}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{-۲}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = -\sqrt{۲}$$

---

۱۰)

$$\lim_{x\to \frac{۳\pi}{۴}} \frac{\tan^۲ x-۱}{\cos ۲x} = \frac{\frac{۱-\cos ۲x}{۱+\cos ۲x}-۱}{\cos ۲x} = \frac{\frac{۱-\cos ۲x-۱-\cos ۲x}{۱+\cos ۲x}}{\cos ۲x} = \frac{-۲}{۱+\cos ۲x}$$

$$\xrightarrow{x\to\frac{۳\pi}{۴}} \frac{-۲}{۱+۰} = -۲$$

$$\boxed{\tan^۲ x = \frac{۱-\cos ۲x}{۱+\cos ۲x}}$$ ← با توجه به این فرمول