تکلیف ش ۳ ، یازدهم (دفتر)

ستایش صنوبر

به نام خدا

سوال ۱)

الف) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+3x^2-8x+3 & x-1 \\ -2x^3+2x^2 & 2x^2+5x-3 \\ \hline 5x^2-8x+3 & \\ -5x^2+5x & \\ \hline -3x+3 & \\ +3x-3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$= \dfrac{x+3}{(x-1)(2x^2+5x-3)}$ → 1 ، -3 و $\frac{1}{2}$

$2x^2+5x-3=0 \Rightarrow x^2+5x-6=0$

$\Rightarrow (x+6)(x-1)=0 \Rightarrow x=-\frac{6}{2}=-3 \,,\, x=\frac{1}{2}$

$2x^3+3x^2-8x+3 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}-\{1, -3, \frac{1}{2}\}$

ب) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+9x^2+10x+3 & x+1 \\ -2x^3-2x^2 & 2x^2+7x+3 \\ \hline 7x^2+10x+3 & \\ -7x^2-7x & \\ \hline 3x+3 & \\ -3x-3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$= \dfrac{x+3}{(x+1)(2x^2+7x+3)}$ → -1 ، -3 و $-\frac{1}{2}$

$2x^2+7x+3=0 \quad \Delta = b^2-4ac = 49-24 = 25$

$x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{25}}{4} = \dfrac{-7 \pm 5}{4}$ → $x=-3$ ، $x=-\frac{1}{2}$

$2x^3+9x^2+10x+3 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}-\{-1, -3, -\frac{1}{2}\}$

سوال ۲)

الف) $y = \dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \neq 0 \Rightarrow (x-1)(x^2-x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ -x^3+x^2 & x^2-x+1 \\ \hline -x^2+2x-1 & \\ +x^2-x & \\ \hline x-1 & \\ -x+1 & \end{array}$$

$\Delta = b^2-4ac \Rightarrow 1-4=-3$ ، $a>0$ → همواره +

$D_f = \mathbb{R}-\{1\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}} \to \frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{x+3}{(x-1)(x^2-x+1)}\geq 0$

-3		1	
+ 0	-	ت.ن	+

$D_f=(-\infty,-3]\cup(1,+\infty)$

$y=\frac{3}{x^2-5|x-1|-2x+5} \to x^2-5|x-1|-2x+5\neq 0$ —۳

$\xrightarrow{x\geq 1} x^2-5x+5-2x+5\neq 0 \Rightarrow x^2-7x+10\neq 0 \Rightarrow (x-2)(x-5)\neq 0$

$\Rightarrow x\neq 2 , x\neq 5$

$\xrightarrow{x<1} x^2+5x-5-2x+5\neq 0 \Rightarrow x^2+3x\neq 0 \Rightarrow x(x+3)\neq 0 \Rightarrow x\neq 0 \quad x\neq -3$

$D_f=R-\{2,5,0,-3\}$

الف) $y=\frac{x+3}{|2x+1|-|x+3|} \to |2x+1|-|x+3|\neq 0$ —۴

$|2x+1|\neq|x+3| \to 2x+1\neq x+3 \quad x\neq 2$

$\to 2x+1\neq -x-3 \Rightarrow 3x\neq -4 \quad x\neq -\frac{4}{3}$

ب) $y=\sqrt{|2x+1|-|x+3|} \to |2x+1|-|x+3|\geq 0 \Rightarrow |2x+1|\geq|x+3|$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2+4x+1\geq x^2+6x+9 \Rightarrow 3x^2-2x-8\geq 0$

$3x^2-2x-8=0 \xrightarrow{\times 3} x^2-2x-24=0 \Rightarrow (x-6)(x+4)=0 \to x=\frac{6}{3}=2$ یا $x=-\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3}$		2	
+ 0	-	0	+

$D_f=(-\infty,-\frac{4}{3}]\cup[2,+\infty)$

الف) $y=\log_2(1-\log_3 x) \to 1-\log_3 x>0 \Rightarrow \log_3 x<1 \Rightarrow x<3 , x>0$ —۵

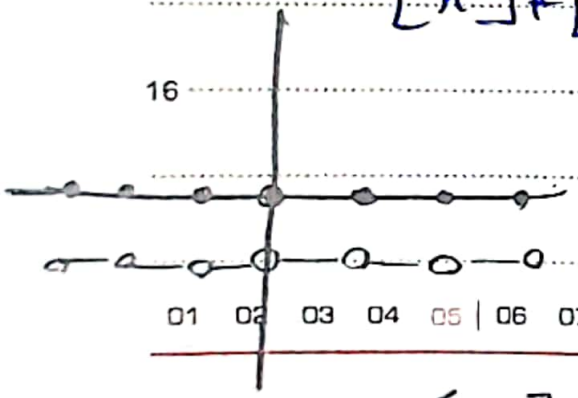
$D_f=(0,3)$

د) $y=\log_2(1-\log_{\frac{1}{2}} x) \to 1-\log_{\frac{1}{2}} x>0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x<1 \Rightarrow x>\frac{1}{2} , x>0$

$D_f=(\frac{1}{2},+\infty)$

۱۵- $f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1}$ ⇝ $4-x^2\geq 0$ ⇒ $x^2\leq 4$ ⇒ $-2\leq x\leq 2$ (۱)

$[x]+[-x]+1\neq 0$ ⇒ $[x]+[-x]\neq -1$



$y=[x]+[-x]$

(۲) ⇒ $x\in\mathbb{Z}$

(۱) ∩ (۲) ⇒ $D_f=\{-2,-1,0,1,2\}$

پاسخ ۵

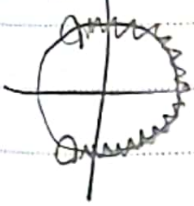
$f(x) = \frac{\log_5 (2x-1)}{\log_{0/5}} \to \log_{\frac{1}{2}} \log_5 (2x-1) \geq 0 \Rightarrow$

$\log_5^{2x-1} \leq 1 \Rightarrow 2x-1 \leq 5 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$ (1) $\log_5 (2x-1) > 0 \Rightarrow 2x-1 > 1 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1$ (2)

$2x-1 > 0 \Rightarrow 2x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$ (3) $\xrightarrow{(1)\cap(2)\cap(3)} D_f = (1, 3]$

۷ـ الف) $y = \log(2\cos x + 1) \to 2\cos x + 1 > 0 \Rightarrow 2\cos x > -1 \Rightarrow \cos x > -\frac{1}{2}$

$D_f = (2k\pi - \frac{2\pi}{3}, 2k\pi + \frac{2k}{3})$



ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}} \to \log(\frac{x-1}{x+1}) \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 \geq 0$

$\Rightarrow \frac{x-1-x-1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0$ (جدول تعیین علامت: -1 ؛ $+$ ن‌ت $-$) $\Rightarrow (-\infty, -1)$ (1)

$\frac{x-1}{x+1} > 0$ (جدول تعیین علامت: -1 ، 1 ؛ $+$ ن‌ت $-$ 0 $+$) $\to (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (2) $\xrightarrow{(1)\cap(2)} D_f = (-\infty, -1)$

۸ـ $f(x) = \sqrt{(a+2)x^2 + ax + b}$ $D_f = (-\infty, 3] \Rightarrow a = -2$
(عبارت زیر رادیکال درجه اول / ضریب x^2 صفر)

$\hookrightarrow ax + b \geq 0$

$\Rightarrow -2x + b \geq 0 \to$ به ازای $x=3$ صفر $\Rightarrow b - 6 = 0 \to b = 6$

۹ـ $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - m^2} \to x^2 + 2x + 2 - m^2 \geq 0$

از آنجایی که $D_f = R$ ⟵ یعنی همیشه برقرار است $\Delta \leq 0$ و $a > 0$ عبارت ریشه مضاعف دارد

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 8 + 4m^2 = 0 \Rightarrow 4m^2 = 4 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$

اختلاف بزرگترین و کوچکترین مقدار $m = 2$