Subject :
Year . Month . Date . ( )

۲۰

۳

دریا دیانی دورشتی

۱) الف) $y=\dfrac{x+۳}{۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳}$

$$\begin{array}{r|l} ۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳ & x-۱ \\ \hline -۲x^۳+۲x^۲ & ۲x^۲+۵x-۳ \\ ۵x^۲-۸x & \underbrace{\quad}_{(۲x-۱)(x+۳)} \\ -۵x^۲+۵x & \\ -۳x+۳ & \end{array}$$

$\Rightarrow \dfrac{x+۳}{(۲x-۱)(x-۱)(x+۳)}$ ۴

$D_f = \mathbb{R}-\{۱, \frac{۱}{۲}, -۳\}$

ب) $y=\dfrac{x+۳}{۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳} \longrightarrow$

$$\begin{array}{r|l} ۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳ & x+۱ \\ \hline -۲x^۳-۲x^۲ & ۲x^۲+۷x+۳ \\ ۷x^۲+۱۰x & \underbrace{\quad}_{(۲x+۱)(x+۳)} \\ -۷x^۲-۷x & \\ ۳x+۳ & \end{array}$$

$\Longrightarrow \dfrac{x+۳}{(۲x+۱)(x+۳)(x+۱)}$

$D_f = \mathbb{R}-\{-\frac{۱}{۲}, -۳, -۱\}$

۲) الف) $y=\dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱} \longrightarrow$

$$\begin{array}{r|l} x^۳-۲x^۲+۲x-۱ & x-۱ \\ \hline -x^۳+x^۲ & \underbrace{x^۲-x+۱}_{\text{همواره مثبت}} \\ -x^۲+۲x-۱ & \\ +x^۲-x & \\ x-۱ & \end{array}$$

$\longrightarrow \Delta=b^۲-۴ac \to ۱-۴=-۳<۰$

۴

$\dfrac{x+۳}{(x-x+۱)(x-۱)} \longrightarrow D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱}} \longrightarrow (x-۱)(x^۲-x+۱) \longrightarrow \dfrac{x+۳}{(x-۱)\underbrace{(x^۲-x+۱)}_{\text{ریشه ندارد و مثبت}}} \geq ۰ \longrightarrow$

$$\begin{array}{c|c|c} & -۳ & & ۱ & \\ \hline + & \bullet & - & \circ & + \end{array}$$

$D_f = (-\infty\ -۳] \cup (۱\ +\infty)$

۳) $y=\dfrac{۲}{x^۲-۵|x-۱|-۲x+۵} \longrightarrow x^۲-۵|x-۱|-۲x+۵ \neq ۰$

$\xrightarrow{x\geq ۱} x^۲-۵x+۵-۲x+۵ = x^۲-۷x+۱۰$

$\xrightarrow{x<۱} x^۲+۵x-۵-۲x+۵ = x^۲+۳x$

$x^۲-۷x+۱۰\neq ۰ \longrightarrow (x-۲)(x-۵) \longrightarrow x\neq ۲, ۵$ ۴

$x^۲+۳x\neq ۰ \longrightarrow x(x+۳) \longrightarrow x\neq ۰, -۳$ $D_f=\mathbb{R}-\{۲, ۵, ۰, -۳\}$

۴) الف) $y=\dfrac{x+۳}{|۲x+۱|-|x+۳|} \longrightarrow |۲x+۱| \neq |x+۳| \neq ۰ \longrightarrow |۲x+۱| \neq |x+۳|$

۱) $۲x+۱ \neq x+۳ \longrightarrow x\neq ۲$ ۴

۲) $۲x+۱ \neq -۳-x \longrightarrow ۳x\neq -۴ \to x\neq -\frac{۴}{۳}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{۴}{۳}, ۲\}$

ب) $\sqrt{|۲x+۱|-|x+۳|} \longrightarrow |۲x+۱|-|x+۳| \geq ۰ \longrightarrow |۲x+۱| \geq |x+۳|$

① $۲x+۱ \geq x+۳ \longrightarrow x\geq ۲$

② $۲x+۱ \cancel{\geq} -۳-x \longrightarrow x \cancel{\geq} -\frac{۴}{۳}$ $D_f=(-\infty\ -\frac{۴}{۳}]\cup[۲+\infty)$

۵) الف) $y=\log_{۲}(۱-\log_{۳}^{x})$

$x>۰$ $۱-\log_{۳}^{x} \cancel{\geq} ۰ \longrightarrow \log_{۳}^{x} \cancel{\leq} ۱ \longrightarrow x<۳^۱ \longrightarrow x<۳ \to D_f=(۰\ ۳)$

۴

ب) $y=\log_{۲}(۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x})$

$x>۰$ $۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}>۰ \longrightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x}<۱ \longrightarrow x>\frac{۱}{۲}$ $D_f=(\frac{۱}{۲}\ +\infty)$

(۶

$f(x) = \sqrt{\log_{0.5} \log_5 (2x-1)}$

۱) $2x-1>0 \rightarrow x>\frac{1}{2}$

۲) $\log_5^{2x-1} > 0 \longrightarrow 2x-1>1 \rightarrow x>1$

۳) $\log_{0.5} \log_5^{2x-1} \geq 0 \rightarrow \log_5^{2x-1} \leq 1 \rightarrow 2x-1 \leq 5 \rightarrow x \leq 3$

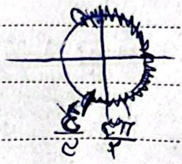
$D_f = (1 \quad 3]$

۵

(۷

الف) $y = \log(2\cos x + 1) \rightarrow 2\cos x + 1 > 0 \rightarrow 2\cos x > -1 \rightarrow \cos x > -\frac{1}{2}$

$D_f = \left(2k\pi - \frac{\pi}{3} \quad , \quad 2k\pi + \frac{\pi}{3}\right)$



۵

ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}} \longrightarrow \frac{x-1}{x+1} > 0 \rightarrow$ $\begin{array}{c} -1 \quad +1 \\ \hline + \;\varnothing\; - \;\varnothing\; + \end{array}$

$\log \frac{x-1}{x+1} \geq 0 \longrightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \rightarrow \frac{x-1-x-1}{x+1} \geq 0 \longrightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \longrightarrow$ $\begin{array}{c} -1 \\ \hline + \;\varnothing\; - \end{array}$

$\Big\} \; D_f = (-\infty \quad -1)$

(۸

$f(x) = \sqrt{(a+2)x^2 + ax + b} \longrightarrow (a+2)x^2 + ax + b \geq 0 \rightarrow D_f = (-\infty \quad 3]$

$a = -2$ $\longleftarrow$ در نتیجه تابع درجه یک است

$-2x + b \geq 0 \longrightarrow -6 + b = 0 \longrightarrow \underline{b = 6}$

۵

(۹

$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - m^2}$

$D_f = \mathbb{R} \quad x^2 + 2x + 2 - m^2 \geq 0 \longrightarrow \Delta \leq 0 \rightarrow b^2 - 4ac \leq 0 \rightarrow (2)^2 - 4(1)(2 - m^2) \leq 0$

$4 - 8 + 4m^2 \leq 0 \longrightarrow 4m^2 - 4 \leq 0 \longrightarrow m^2 - 1 \leq 0 \rightarrow (m-1)(m+1) \leq 0$

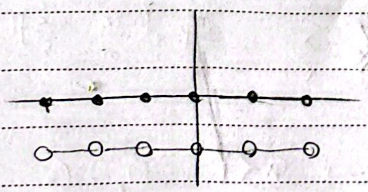
$\boxed{1 - (-1) = 2} \longleftarrow \underset{\min}{-1} \leq m \leq \underset{\max}{1}$ $\qquad \begin{array}{c} -1 \quad 1 \\ \hline + \;|\; - \;|\; + \end{array}$

۵

(۱۰

$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{\underbrace{[x] + [-x] + 1}} \longrightarrow 4 - x^2 \geq 0 \longrightarrow (2-x)(2+x) \geq 0$

$\begin{array}{c} -2 \quad 2 \\ \hline + \;\phi\; + \;\phi\; - \end{array}$



۵

$D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$[x] + [-x] + 1 \neq 0 \longrightarrow x \in \mathbb{Z}$

۵ عدد صحیح قرار دارد.