هوالعزیز   تمرین ها

۱- الف) $y=\dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$ ← مجموع ضرایب ۰ ← با $x-1$ بخش‌پذیر

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+3x^2-8x+3 & x-1 \\ \hline -(2x^3-2x^2) & 2x^2+5x-3 \\ \quad 5x^2-8x & \\ -(5x^2-5x) & \\ \quad -3x+3 & \end{array}$$

یا) $2x^2+5x-3=(x+3)(x-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow 2x^3+3x^2-8x+3=(x-1)(x+3)(x-\frac{1}{2})$

$D_y=\mathbb{R}-\{1,\frac{1}{2},-3\}$

ب) $y=\dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$ ← $(x+1)$ ← مجموع ضرایب توان‌های زوج = مجموع ضرایب توان‌های فرد
بخش‌پذیر

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+9x^2+10x+3 & x+1 \\ \hline -(2x^3+2x^2) & 2x^2+7x+3 \\ \quad 7x^2+10x & \\ -(7x^2+7x) & \\ \quad 3x+3 & \end{array}$$

یا) $x^2+7x+6=(x+6)(x+1) \to (x+\frac{6}{2})(x+\frac{1}{2})$

$\Rightarrow 2x^3+9x^2+10x+3=(x+1)(x+3)(x+\frac{1}{2})$

$D_y=\mathbb{R}-\{-1,-3,-\frac{1}{2}\}$

۲- الف) $y=\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}$ ← مجموع ضرایب ۰ ← $x-1$ بخش‌پذیر

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ \hline -(x^3-x^2) & x^2-x+1 \\ \quad -x^2+2x & \\ -(-x^2+x) & \\ \quad x-1 & \end{array}$$

$x^2-x+1 \longrightarrow$ [illegible] ← $\Delta<0$ ← $\Delta=b^2-4ac=1-4=-3$

$\Delta<0$ ← ریشه ندارد

$D_y=\mathbb{R}-\{1\}$

تمرین‌ها　　　　حل المسائل

-۲

ت) $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$ $\to (x-1)(x^2-x+1)$

$\Delta<0$

$-3 \quad 1$

$+ \quad - \quad +$

$D_y=\mathbb{R}-(-3,1]$

-۳

$y=\dfrac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5}$

$1\le x \to \dfrac{3}{x^2-5(x-1)-2x+5} = \dfrac{3}{(x-2)(x-5)} \to 2,(5)$ ق ق

$x^2-5x+5-2x+5 = x^2-7x+10$ 　　 $1\le x$

$D_1=[1,+\infty)-\{5\}$

$x<1 \to \dfrac{3}{x^2-5(1-x)-2x+5} = \dfrac{3}{x(x+3)} \to D_2=(-\infty,1)-\{0,-3\}$

$x^2+5x-2x-5+5 = x^2+3x$

$D_f=\mathbb{R}-\{-3,0,5\}$

-۴

الف) $y=\dfrac{x+3}{|2x+1|-|x+3|} \to |2x+1|-|x+3|=0 \to |2x+1|=|x+3|$

$|2x+1|=|x+3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (2x+1)^2=(x+3)^2$

$4x^2+4x+1 = x^2+6x+9$

$3x^2-2x-8=0 \xrightarrow[\times 3]{} x^2-2x-24 = (x-6)(x+4)$

$3x^2-2x-8 = (x-\frac{6}{3})(x+\frac{4}{3}) = (x-2)(x+\frac{4}{3})=0$

$D_y=\mathbb{R}-\{2,-\frac{4}{3}\}$

ب) $y=\sqrt{|2x+1|-|x+3|} \to |2x+1|-|x+3|\ge 0$

$|2x+1|\ge|x+3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$

$(2x+1)^2\ge(x+3)^2$

$4x^2+4x+1\ge x^2+6x+9 \to 3x^2-2x-8\ge 0$

$(x-2)(x+\frac{4}{3})\ge 0$

حل مسائل پایان بخش ها

۴- ج) $\frac{-4}{3}$, 2 : $+ \quad - \quad +$. $D = \mathbb{R} - (-\frac{4}{3}, 2)$

۵- الف) $y = \log_2 (1 - \log_3 x)$ $\quad 1 - \log_3 x > 0$

$x < 3$

ب) $\log_3 (1 - \log_{\frac{1}{2}} x)$ $\quad 1 - \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \longrightarrow x > \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

۶- $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_5 (2x-1)}$ $\quad 0 < 2x - 1 \longrightarrow \frac{1}{2} < x$

$\log_5 (2x-1) > 0 \longrightarrow 2x - 1 > 1$ ∩

$1 < x$

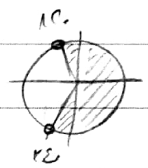
$\log_{\frac{1}{2}} \log_5 (2x-1) \geq 0 \longrightarrow \log_5 (2x-1) \leq 1 \longrightarrow (2x-1) \leq 5$

$x \leq 3$

$D_y = 1 < x \leq 3 \Rightarrow (1, 3]$

۷- الف) $y = \log (2\cos x + 1)$ $\quad 2\cos x + 1 > 0$

$\cos x > -\frac{1}{2}$



$D = \mathbb{R} - [2k\pi + \frac{2\pi}{3}, 2k\pi + \frac{4\pi}{3}]$

ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}}$ $\quad 0 < \frac{x-1}{x+1}$ $\quad \frac{-1 \quad 1}{- \quad +}$

$\log_{10} \frac{x-1}{x+1} \geq 0 \longrightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \longrightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 \geq 0 \longrightarrow \frac{x-1-x-1}{x+1} = \frac{-2}{x+1} \geq 0$

$x < -1$ $\quad D_y = \varnothing$

۸- $f(x) = \sqrt{(a-2)x^2 + ax + b}$

$(-\infty, 3]$ $\quad$ ش $x = 3 \longrightarrow 9(a-2) + 3a + b = 0$

$9a - 18 + 3a + b = 0$

$12a + b = 18$

حل صفحه [illegible] تمرین‌ها

۹- $f(x)=\sqrt{x^2+2x+2-m^2}$ $\quad D=\mathbb{R}$

$\Delta \le 0 \qquad a=-\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2}=-1 \to y=\sqrt{1-2+2-m^2}$

$1-m^2 \ge 0$

$\Delta=b^2-4ac=4-4(1)(2-m^2)=4-8+4m^2$ $\qquad -1 \le m \le 1$

$4m^2-4$

$4m^2-4 \le 0 \to -1 \le m \le 1$

$m=[-1,1] \qquad m_{max}-m_{min}=1-(-1)=2$

۱۰- $f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1} \qquad 4-x^2 \ge 0 \quad -2 \le x \le 2$

$x\in \mathbb{Z} \to [x]+[-x]=0$

$x \notin \mathbb{Z} \quad [x]+[-x]=-1$ غ ق ق $\qquad \frac{\sqrt{4-x^2}}{\underbrace{[x]+[-x]}_{-1}+1} = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\text{تعریف نشده}}$

$D_f=[-2,2] \to$ صحیح