یازدهم دختر C

۲۰

سها مهدی

① دامنه توابع زیر را بدست آورید

۲

الف) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$

$0 \neq 2x^3+3x^2-8x+3 \rightarrow$ جمع ضرایب صفر

$\rightarrow 2x^3+3x^2-8x+3 \;\big|\; x-1$

$-2x^3+2x^2$ ; quotient $2x^2+5x-3$

$5x^2$

$-5x^2+5x$

$-3x+3$

$+3x-3$

$0$

$2x^2+5x-3 \rightarrow (2x^2+5x-3)(x-1)=0$ → $x=1$ ①

$\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ ; $\Delta \rightarrow 25+24 \rightarrow$

$\dfrac{-5\pm7}{4}$ → $x=-3$ , $x=\frac{1}{2}$ ②

✓

①و② →

$D_f = \mathbb{R} - \{-3, \frac{1}{2}, 1\}$

ب) $\dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3} =$

$\neq 0 \rightarrow$ جمع ضرایب زوج = فرد

$2x^3+9x^2+10x+3 \;\big|\; x+1$

$2x^3-2x^2$ ; quotient $2x^2+7x+3$

$7x^2+10x+3$

$-7x^2-7x$

$3x+3$

$-3x-3$

$0$

✓

$2x^2+7x+3 \rightarrow (x+1)(2x^2+7x+3) \neq 0$

$x=-1$ ; $\dfrac{-7\pm5}{4}$ → $x=-\frac{1}{2}$ , $x=-3$

$D_f = \mathbb{R} - \{-3, -1, -\frac{1}{2}\}$

② الف) $y = \dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} =$ ≠0 جمع ضرایب صفر

$x^3-2x^2+2x-1 \;\big|\; x-1$

$-x^3+x^2$ ; quotient $x^2-x+1$

$-x^2+2x-1$

$+x^2-x$

$x-1$

$-x+1$

$0$

$(x^2-x+1)(x-1)$

$\Delta = 1-4=-3<0$ ↓ ریشه ندارد

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

۲

ب) $\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$

ریشه ما مثل قسمت الف است

| | $-3$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | | $-$ | | $+$ |

✓

$D_f = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$

$$y = \frac{۲}{x^۲ - ۵|x-۱| - ۲x + ۵} \neq ۰ \longrightarrow x^۲ - ۵x + ۵ - ۲x + ۵ \neq ۰$$

$$x^۲ + ۵x - ۵ - ۲x + ۵ \neq ۰$$

$$\longrightarrow x^۲ - ۷x + ۱۰ \neq ۰ \longrightarrow (x-۲)(x-۵) \longrightarrow x_۱ = ۲ , x_۲ = ۵$$

$$x^۲ + ۳x \neq ۰ \longrightarrow x(x+۳) \neq ۰ \longrightarrow x_۳ = ۰ , x_۴ = -۳$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-۳ , ۰ , ۲ , ۵\}$$

④ الف)

$$y = \frac{x+۳}{|۲x+۱| - |x+۳|} \neq ۰ \longrightarrow |۲x+۱| = |x+۳| \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴x^۲ + ۴x + ۱ \neq x^۲ + ۶x + ۹$$

$$۳x^۲ - ۲x - ۸ \neq ۰ \longrightarrow \frac{۲ \pm ۱۰}{۶} < \begin{matrix} ۲ \\ -\frac{۴}{۳} \end{matrix} \longrightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\tfrac{۴}{۳} , ۲\}$$

$$\hookrightarrow \Delta = ۴ - (۴ \times ۳ \times -۸) = ۱۰۰$$

ب)

$$y = \sqrt{|۲x+۱| - |x+۳|} \geq ۰ \longrightarrow |۲x+۱| \geq |x+۳| \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$۴x^۲ + ۴x + ۱ \geq x^۲ + ۶x + ۹$$

$$\longrightarrow ۳x^۲ - ۲x - ۸ \geq ۰ \longrightarrow \Delta = ۱۰۰ \longrightarrow \frac{۲ \pm ۱۰}{۶} < \begin{matrix} ۲ \\ \frac{-۴}{۳} \end{matrix}$$

| | $-\frac{۴}{۳}$ | | ۲ | |
|---|---|---|---|---|
| + | ۰ | − | ۰ | + |

$$\longrightarrow D_f = (-\infty , -\tfrac{۴}{۳}] \cup [۲ , +\infty)$$

⑤

الف) $y = \log_۲ (۱ - \log_۳^x) \longrightarrow ۱ - \log_۳^x > ۰ \longrightarrow \begin{cases} x > ۰ \\ \log_۳^x < ۱ \longrightarrow x < ۳ \end{cases}$

$D_f = (۰ , ۳)$

ب) $\log_۲ (۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^x) \longrightarrow ۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^x > ۰ \begin{cases} x > ۰ \\ \log_{\frac{۱}{۲}}^x < ۱ \longrightarrow x > \frac{۱}{۲} \end{cases}$

$D_f = (\frac{۱}{۲} , +\infty)$

⑥

$$f(x) = \sqrt{\log_{۰/۵} \log_۵^{(۲x-۱)}} \longrightarrow \log_{۰/۵} \log_۵^{(۲x-۱)} \geq ۰ \longrightarrow \log_۵^{(۲x-۱)} > ۰ \begin{cases} ۲x-۱ > ۰ \quad ① \\ \longrightarrow x > \frac{۱}{۲} \\ ۲x-۱ > ۱ \longrightarrow x > ۱ \quad ② \end{cases}$$

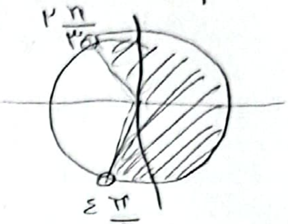
$$\log_۵^{(۲x-۱} \leq ۱ \longrightarrow ۲x - ۱ \leq ۵ \longrightarrow ۲x \leq ۶ \longrightarrow x \leq ۳$$

$$\xrightarrow{③ , ② , ①} D_f = (۱ , ۳]$$

⑦

الف) $y = \log(۲\cos + ۱) \to ۲\cos x + ۱ > ۰ \to ۲\cos x > -۱$

$\cos x > -\frac{۱}{۲}$



$D_f = (۲k\pi - \frac{۲\pi}{۳}, ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳})$

✓

ب) $\sqrt{\log \frac{x-۱}{x+۱}} \geq ۰ \to \frac{x-۱}{x+۱} \geq ۱ \to \frac{x-۱}{x+۱} - ۱ \geq ۰ \to \frac{x-۱-x-۱}{x+۱} \geq ۰$

$\to \frac{-۲}{x+۱} \geq ۰$ $\frac{\quad -۱ \quad}{+ \ \nexists \ -}$ جواب $(-\infty, -۱)$ ①

و $\frac{x-۱}{x+۱} > ۰$ $\frac{-۱ \qquad +۱}{+ \ \nexists - ۰ \ +}$ $\to (-\infty, -۱) \cup (۱, +\infty)$ ②

$D_f = (-\infty, -۱)$

⑧

$f(x) = \sqrt{(a+۲)x^۲ + ax + b}$ → دامنه تعریف $(-\infty, ۳]$ → عبارت درجه اول و ضریب $x^۲$ صفر $\to a+۲=۰ \to a=-۲$

$? = b$

$-۲x + b \geq ۰ \xrightarrow[y=۰]{x=۳} b-۶=۰ \to \underline{b=۶}$

✓

⑨

$f(x) = \sqrt{x^۲+۲x+۲-m^۲} \to D_f = \mathbb{R}$

$m_{max} - m_{min} = ?$

✓

$x^۲+۲x+۲-m^۲ \geq ۰$

$\to D_f = \mathbb{R} \to \Delta = ۰ \to ۴-۸+۴m^۲ = ۰ \to ۴m^۲ = ۴ \to m^۲ = ۱ \to m = \pm ۱$

$a > ۰$

$m_{max} - m_{in} = ۱-(-۱) =$ ②

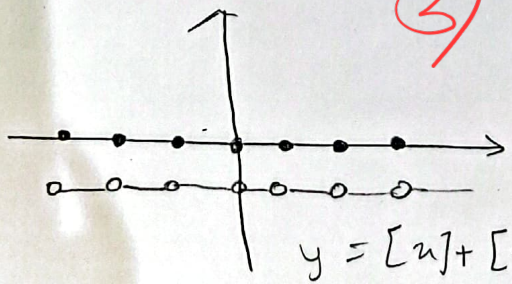
⑩

$f(x) = \frac{\sqrt{۴-x^۲}}{[x]+[-x]} \rightsquigarrow ۴-x^۲ \geq ۰ \to x^۲ \leq ۴ \to -۲ \leq x \leq ۲$ ①

$[x]+[-x]+۱ \neq ۰ \to [x]+[-x] \neq -۱$

$\to x \in \mathbb{Z}$ ②

✓



$y = [x]+[-x]$

①,② $\rightsquigarrow D_f = \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲\}$

عدد صحیح