سارینا اسپنانی _ یازدهم دختر _ شماره تکلیف ۳

۱

الف) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3} = \dfrac{(x+3)}{\underbrace{(2x^2+5x-3)}_{\text{ریشه‌ها}}\underbrace{(x-1)}_{\text{ریشه} = 1}}$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+3x^2-8x+3 & x-1 \\ \cline{2-2} -2x^3+2x^2 & 2x^2+5x-3 \\ \hline \quad 5x^2-8x+3 & \\ \quad -5x^2+5x & \\ \hline \qquad -3x+3 & \\ \qquad 3x-3 & \\ \hline \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\dfrac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$ $\qquad \Delta = 25 - 4(-3)(2) = 49$

ریشه‌ها: $\dfrac{-5-7}{4} = -3$ و $\dfrac{-5+7}{4} = \dfrac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{1, -3, \dfrac{1}{2}\right\}$

ب) $y = \dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3} = \dfrac{x+3}{\underbrace{(2x^2+7x+3)}\underbrace{(x+1)}_{\text{ریشه} = -1}}$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+9x^2+10x+3 & x+1 \\ \cline{2-2} -2x^3-2x^2 & 2x^2+7x+3 \\ \hline \quad 7x^2+10x+3 & \\ \quad -7x^2-7x & \\ \hline \qquad 3x+3 & \\ \qquad -3x-3 & \\ \hline \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\Delta = 49 - 4(3)(2) = 25$

$x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{25}}{4}$ ← ریشه‌ها: $\dfrac{-12}{4} = -3$ و $\dfrac{-7+5}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{-1, -3, -\dfrac{1}{2}\right\}$

۲

الف) $\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} = \dfrac{(x+3)}{\underbrace{(x^2-x+1)}_{\text{ریشه ندارد}}\underbrace{(x-1)}_{\text{ریشه} = 1}}$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} -x^3+x^2 & x^2-x+1 \\ \hline \quad -x^2+2x-1 & \\ \quad x^2-x & \\ \hline \qquad x-1 & \\ \qquad -x+1 & \\ \hline \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$

$$\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}\geq 0 \qquad \frac{\overset{\text{ریشه}=-3}{x+3}}{\underbrace{(x^2-x+1)}_{\text{ریشه ندارد}}\underbrace{(x-1)}_{x=1}}$$

	$-\infty$	-3		$+1$	$+\infty$
	$+$	0	$-$	ت.ن	$+$

$\longrightarrow D_f=(-\infty,-3]\cup(1,+\infty)$

(۳) $y=\dfrac{2}{x^2-5\underbrace{|x-1|}-2x+5}$

اگر قدر مطلق $\oplus$ باشد $\longrightarrow x^2-5x+5-2x+5 \longrightarrow x^2-7x+10=0\ (x-\overset{2}{2})(x-\overset{5}{5})=0$

اگر قدر مطلق $\ominus$ باشد $\longrightarrow x^2+5x-5-2x+5 \longrightarrow x^2+3x=0\quad x(x+3)=0$ ، 0 ، -3

اگر قدر مطلق صفر شود $\longrightarrow x^2-2x+5=0 \longrightarrow \Delta=4-4(5)(1)=-16$ ← ریشه ندارد

$D_f=\mathbb{R}-\{0,-3,2,5\}$

(۴) الف) $\dfrac{x+3}{|2x+1|-|x+3|}$ $\qquad |2x+1|\neq|x+3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2+4x+1\neq x^2+6x+9$

$\longrightarrow 3x^2-2x-8\neq0 \longrightarrow x^2-2x-24\neq0$

$(x-6)(x+4)\neq0$

$D_f=\mathbb{R}-\{2,-\frac{4}{3}\}$ $\qquad \boxed{x\neq 2,-\frac{4}{3}}$

ب) $y=\sqrt{|2x+1|-|x+3|}$

$|2x+1|-|x+3|\geq0 \longrightarrow |2x+1|\geq|x+3|$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2+4x+1\geq x^2+6x+9$

$3x^2-2x-8\geq0$

		$-\frac{4}{3}$		2	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-\frac{4}{3}]\cup[2,+\infty)$

(5)

الف) $y=\log(1-\log_3 x)$

(I) $\boxed{x>0}$

(II) $\to 1-\log_3 x>0 \to \log_3 x<1 \to \boxed{x<3}$

$D_f = I\cap II=(0,3)$

ب) $y=\log_2(1-\log_{\frac{1}{2}} x)$

(I) $x>0$

(II) $1-\log_{\frac{1}{2}} x>0 \to \log_{\frac{1}{2}} x<1 \quad \boxed{x>\frac{1}{2}}$

$D_f=(\frac{1}{2},+\infty)$

---

(6)

$f(x)=\sqrt{\log_{0.5}\log_5(2x-1)}$

(I) $2x-1>0 \to 2x>1 \to \boxed{x>\frac{1}{2}}$

(II) $\log_5(2x-1)>0 \to 2x-1>1 \to 2x>2 \to \boxed{x>1}$

(III) $\to \log_{0.5}\log_5(2x-1)\geq 0 \to \log_5(2x-1)\leq 1 \to 2x-1\leq 5 \to \boxed{x\leq 3}$

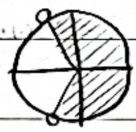
$(III)\cap(I)\cap(II)=D_f=(1,3]$

---

(7)

الف) $y=\log(2\cos x+1)$

$2\cos x+1>0$



$2\cos x>-1 \to \cos x>\frac{-1}{2}$

$D_f=(2k\pi-\frac{2\pi}{3},\ 2k\pi+\frac{2\pi}{3})$

ب) $y=\sqrt{\log\frac{x-1}{x+1}}$

$\frac{x-1}{x+1}>0 \to$

	-1		$+1$	
$+$	ن	$-$	0	$+$

(I) $\to(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

$\log\frac{x-1}{x+1}\geq 0 \to \frac{x-1}{x+1}\geq 1 \to \frac{x-1}{x+1}-1\geq 0$

$\frac{x-1-x-1}{x+1}\geq 0 \to \frac{-2}{x+1}\geq 0$

	-1	
$+$	ن	$-$

(II) $\to(-\infty,-1)$

$D_f=(-\infty,-1)$

(۸) $f(x)=\sqrt{(a+2)x^2+ax+b}$ $\quad (-\infty,3]$ → تعریف می‌شود

$$\begin{array}{c|c} & 3 \\ + & - \end{array}$$

→ جدول تعیین علامت مربوط به یک تابع خطی است → $a+2=0 \to \boxed{a=-2}$

$f(x)=\sqrt{-2x+b} \to -2(3)+b=0 \to \boxed{b=+6}$

(۹) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+2-m^2}$

$\underbrace{x^2+2x+2-m^2\geq 0}_{\text{همواره}}$ $\quad a>0\ ,\ \Delta=0$

$b^2-4ac=0 \to 4-4(2-m^2)(1)=0$

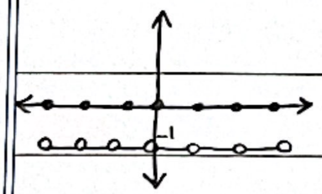
$4-8+4m^2=0 \to 4m^2=4$

اختلاف مقادیر m → $+1-(-1)=2$ $\quad m^2=1 \to \boxed{m=\pm 1}$

(۱۰) $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1}$ $\quad 4-x^2\geq 0 \quad x^2\leq 4$

$(I) \leftarrow \boxed{-2\leq x\leq 2}$

$[x]+[-x]\neq -1 \to (II) \to \mathbb{Z}$



$D_f=(I)\cap(II) \to -2\leq x\leq 2 \to \{-2,-1,0,1,2\}$