یازدهم ریاضی — تکلیف شماره ۵ — هستی باقری

①

$f(x) = ۳^{Ax+B} \longrightarrow f(۱) = ۳^{A+B} = ۱$ $\quad A+B=۰$

$f(۳) = ۳^{۳A+B} = ۹$ $\quad ۳A+B=۲$

$۲A = ۲ \rightarrow A=۱, B=-۱$

$f(۰) = ۳^{-۱} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$

---

②

$\log_۲^{(۴^x+۱۵)} = x+۳ \longrightarrow ۴^x+۱۵ = ۲^{x+۳} \longrightarrow ۲^{۲x} - ۲^{x+۳} + ۱۵ = ۰$

$(۲^x)^۲ - ۸\times ۲^x + ۱۵ = ۰ \longrightarrow (۲^x-۳)(۲^x-۵) = ۰ \longrightarrow ۲^x = ۳ \rightarrow x = \log_۲^۳$

$۲^x = ۵ \rightarrow x = \log_۲^۵$

$\log_۲^۳ + \log_۲^۵ = \boxed{\log_۲^{۱۵}}$

---

③

$\left(\log_{۲۱}^۳\right)^۲ + \log_{۲۱}^{۱۴۷}\ \log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \left(\log_{۲۱}^۳\right)^۲ + \left(\log_{۲۱}^۷ + \log_{۲۱}^{۲۱}\right)\left(\log_{۲۱}^۳ + ۲\log_{۲۱}^{۲۱}\right)$

$\Rightarrow \log_{۲۱}^۷ = ۱ - \log_{۲۱}^۳$

$\left(\log_{۲۱}^۳\right)^۲ + \left(۲ - \log_{۲۱}^۳\right)\left(۲ + \log_{۲۱}^۳\right) = \left(\log_{۲۱}^۳\right)^۲ + ۴ - \left(\log_{۲۱}^۳\right)^۲ = ④$

---

④

$\log(x^۲ - ۲x + ۱) + ۳\log(۱-x) = ۵$

$\log(۱-x)^۲ + ۳\log(۱-x) = ۵ \longrightarrow ۵\log(۱-x) = ۵ \rightarrow \log(۱-x) = ۱$

$\longrightarrow ۱-x = ۱۰ \rightarrow x = -۹$ $\quad \log_۳^{(-x)} = \log_۳^۹ = ②$

(۵)

$$\log_{۲}^{(x^۲+۲x+٤)} + \log_{۲}^{(x-۲)} = ۳$$

$$\log_{۲}^{x+۲x+٤} + \log_{۲}^{x-۲} = \log_{۲}^{x^۳-۸} = ۳ \rightarrow x^۳-۸=۸ \rightarrow x^۳=۱۶$$

$$x = \sqrt[۳]{۱۶}$$

$$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} = \log_{\sqrt[۳]{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}} = \frac{\frac{٤}{۳}}{\frac{۱}{۳}} \log_{۲}^{۲} = \boxed{٤}$$

(۶)

$$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \longrightarrow \log(۲-x) - \log(۲-x)^{-۲} = ۳$$

$$۳\log(۲-x) = ۳ \longrightarrow \log^{(۲-x)} = ۱ \longrightarrow ۲-x=۱۰ \longrightarrow x=-۸$$

$$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} \log_{۲}^{۲} = \boxed{۶}$$

(۷)

$$۳^{x^۲-۲} = \underbrace{۸۱^{x}}_{۳^{٤x}} \rightarrow x^۲-۲=٤x \rightarrow x^۲-٤x-۲=۰$$

$$x = \frac{٤ \pm \sqrt{۱۶+۸}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۶}$$

$\rightarrow x = ۲-\sqrt{۶}$ غ ق ق

$\rightarrow x = ۲+\sqrt{۶}$ ✓ $\quad \log_{۶}^{(x-۲)} = \log_{۶}^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_{۶}^{\sqrt{۶}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

(۸)

$$\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸} \qquad \log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_{۲}^{۸}}{\log_{۲}^{۱۸}} = \frac{۳}{\log_{۲}^{۹} + \log_{۲}^{۲}}$$

$$\rightarrow \frac{۳}{۲\log_{۲}^{۳} + ۱} = \frac{۳}{۲ \times \frac{۸}{۵} + ۱} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$$

---

(۹)

$$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۲}} = \frac{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۴}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱/۶ + ۱}{۱/۶ + ۲} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$$

$$\log_{۴}^{۳} = ۰/۸ \rightarrow \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۰/۸$$

$$\log_{۲}^{۳} = ۱/۶$$

---

(۱۰)

$$x = -۱ \longrightarrow a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \longrightarrow \log ۲ = y$$

$$ay - a + by = ۰ \longrightarrow y - ۱ + \frac{b}{a}y = ۰ \longrightarrow y - \frac{b}{a} = ۱.$$

$$\longrightarrow ۱ - \frac{b}{a} = \frac{۱}{\log ۲} \rightarrow ۱ - \frac{b}{a} = \log_{۲}^{۱۰} \longrightarrow ۱ - \frac{b}{a} = ۱ + \log_{۲}^{۵}$$

$$\longrightarrow \frac{b}{a} = -\log_{۲}^{۵} \qquad \sqrt{۲}^{\frac{b}{a}} = \sqrt{۲}^{-\log_{۲}^{۵}} = ۵^{-\log_{۲}^{\sqrt{۲}}} = ۵^{\frac{-۱}{۲}}$$

$$\frac{۱}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{\sqrt{۵}}{۵}}$$