هستی رمضانی_یازدهم دفتر C

۲۰

۵

(۱)

$f(x)=3^{Ax+B}$

$f(1)=3^{A+B}=1 \Rightarrow A+B=0$

$f(3)=3^{3A+B}=3^2 \Rightarrow 3A+B=2$

$\ominus \to 2A=2 \to A=1,\ B=-1$

$f(0)=3^{-1}=\boxed{\frac{1}{3}}$

---

(۲)

$\log_2(4^x+15)=x+3 \to 4^x+15=2^{x+3} \xrightarrow[t=2^x]{} t^2-8t+15=0 \to (t-3)(t-5)=0$

یا $t=3$ $\quad t=5$

۵

$2^x=3 \to x=\log_2 3 \quad , \quad 2^x=5 \to x=\log_2 5 \Rightarrow \log_2 5+\log_2 3=\boxed{\log_2 15}$

---

(۳)

$(\log_{21}3)^2+\underbrace{\log_{21}147}_{\log_{21}3\times7^2}\ \underbrace{\log_{21}1323}_{\log_{21}7^2\times3^3}=(\log_{21}3)^2+\log_{21}(3\times7^2)\log_{21}(3\times7^2\times9)$

$=(\log_{21}3)^2+(\log_{21}3+2\log_{21}7)(3\log_{21}3+2\log_{21}7)=4(\log_{21}3+\log_{21}7)^2$

$=\boxed{4}$

---

(۴)

۵

$\log\underbrace{(x^2-2x+1)}_{(1-x)^2}+3\log(1-x)=5$

$2\log(1-x)+3\log(1-x)=5 \to 5\log(1-x)=5 \to \log(1-x)=1$

$\to 1-x=10 \Rightarrow x=-9$

$\boxed{\log_3 9=2}$

۵

$$\log_{۲}(x^۲+۲x+۴) + \log_{۲}(x-۲) = ۳$$

ادغام

$$\log_{۲}(x^۳-۸) = ۳ \longrightarrow x^۳-۸ = ۸ \longrightarrow x = \sqrt[۳]{۱۶} \qquad \log_{\sqrt[۳]{۲}}\sqrt[۳]{۱۶} = ۴$$

۶

$$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳$$

$$\log(۲-x) + ۲\log(۲-x) = ۳ \longrightarrow ۳\log(۲-x) = ۳ \longrightarrow \log(۲-x) = ۱$$

$$\longrightarrow ۲-x = ۱۰ \longrightarrow x = -۸$$

$$\log_{\sqrt{۲}} ۸ = \boxed{۶}$$

۷

$$۳^{x^۲-۲} = ۸۱^{x} \longrightarrow x^۲-۲ = ۴x \longrightarrow x^۲-۴x-۲ = ۰ \longrightarrow x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۶}$$

غ ق ق

$$\log_{۶}(x-۲) \longrightarrow \log_{۶}\sqrt{۶} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

۸

$$\log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸}$$

$$\log_{۱۸} ۸ = \frac{\log_{۳} ۸}{\log_{۳} ۱۸} = \frac{۳\log_{۳} ۲}{۲+\log_{۳} ۲} = \frac{۳ \times \frac{۵}{۸}}{۲+\frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$$

۹

$$\log_{۴} ۳ = ۰٫۸$$

$$\log_{۱۲} ۶ = \frac{\log_{۴} ۶}{\log_{۴} ۱۲} = \frac{\log_{۴} ۳ + \log_{۴} ۲}{\log_{۴} ۳ + \log_{۴} ۴} = \frac{۰٫۸+\frac{۱}{۲}}{۰٫۸+۱} = \frac{۱٫۳}{۱٫۸} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$$

10

$$(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0 \xrightarrow{x=-1} a\log 2 - a + b\log 2 = 0$$

$$a\log 2 + b\log 2 = a$$

$$\log 2 \times (a+b) = a \underset{a\neq 0}{\xrightarrow{\div a}} \left(1+\frac{b}{2}\right)\log 2 = 1$$

5

$$\log_2 10 = 1+\frac{b}{a} = \frac{1}{\log 2}$$

$$\frac{b}{a} = \log_2 10 - 1 = \log_2 10 - \log_2 2 = \log_2 5$$

$$\longrightarrow \sqrt{2}^{\frac{b}{a}} = 2^{\frac{b}{2a}} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 5} = 2^{\log_2 \sqrt{5}} = \boxed{\sqrt{5}}$$