دریا دیانی درودشتی

(1)

$f(x) = 3^{Ax+B}$

$y = x^2 \longrightarrow x=1 \rightarrow 1 = 3^{A+B}$ $\qquad$ $-\begin{cases} A+B=0 \\ 3A+B=2 \end{cases} \quad 2A=2 \rightarrow A=1,\ B=-1$ $\qquad 3^{-1} \Rightarrow \frac{1}{3}$ تست

$\quad \hookrightarrow 9 = 3^{3A+B}$

---

(2)

$\log_2^{(4^x+15)} = x+3 \longrightarrow 4^x+15 = 2^{x+3} \longrightarrow 2^{2x}+15 = 2^x \times 8 \qquad 2^x = t$

$t^2 - 8t + 15 \Rightarrow (t-5)(t-3) = 0 \longrightarrow t=5 = 2^x \rightarrow x = \log_2^5$

$\qquad \hookrightarrow t = 3 = 2^x \rightarrow x = \log_2^3$

$\log_2^3 + \log_2^5 = \boxed{\log_2^{15}}$

---

(3)

$(\log_{21}^3)^2 + \log_{21}^{147} \log_{21}^{1323}$

$(\log_{21}^3)^2 + (\log_{21}^7 + \log_{21}^{21})(\log_{21}^3 + 2\log_{21}^{21}) \Rightarrow \log_{21}^7 = 1 - \log_{21}^3$

$(\log_{21}^3)^2 + (2 - \log_{21}^3)(2 + \log_{21}^3) \rightarrow (\log_{21}^3)^2 + 4 - (\log_{21}^3)^2 = (4)$

---

(4)

$\log(x^2-2x+1) + 3\log(1-x) = 5$

$\cancel{5}\log(1-x) = \cancel{5} \longrightarrow 1-x = 10 \rightarrow x = -9$ $\qquad \log_3^9 = 2$

---

(5)

$\log_2^{(x^2+2x+4)} + \log_2^{(x-2)} = 3$

اتحاد چاق و لاغر $\Rightarrow \log_2^{x^2+2x+4} + \log_2^{x-2} \Rightarrow \log_2^{x^3-8} = 3$

$x^3 - 8 = 8 \rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} \longrightarrow \log_{\sqrt[5]{32}}^{\sqrt[3]{16}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}} = (4)$

۶

$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳$

$\log^{۲-x} - \log^{(۲-x)^{-۲}} = ۳ \Rightarrow ۳\log^{۲-x} = ۳ \rightarrow \log_{۱۰}^{۲-x} = ۱$

$۲-x = ۱۰ \rightarrow x = -۸$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳} \Rightarrow ۶\log_۲^۲ = ۶$

۷

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \rightarrow x^۲-۲-۴x=۰ \rightarrow (x-۲)^۲ = ۶$

$x-۲ = \sqrt{۶} \rightarrow x = ۲+\sqrt{۶}$

$x-۲ = -\sqrt{۶} \rightarrow x = ۲-\sqrt{۶} \rightarrow$ غ ق ق

$\log_۶^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_۶^{\sqrt{۶}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

۸

$\log = \frac{\log_۲^۸}{\log_۲^{۱۸}} = \frac{۳}{\log_۲^۲ + \log_۲^۹} = \frac{۳}{۱+۲\log_۲^۳} = \frac{۳}{۱+۲(\frac{۸}{۵})} = \frac{۳}{\frac{۲۱}{۵}} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

۹

$\log_۴^۳ = \frac{۸}{۱۰} \rightarrow \log_۲^۳ = ۱٫۶$

$\log_{۱۲}^۶ = \frac{\log_۲^۶}{\log_۲^{۱۲}} = \frac{\log_۲^۳+۱}{\log_۲^۳+۲} = \frac{۱٫۶+۱}{۱٫۶+۲} = \frac{۲٫۶}{۳٫۶} = \frac{۱٫۳}{۱٫۸} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

۱۰

$(a\log۲)x^۲ + ax + b\log۲ = ۰$

$x=-۱ \rightarrow a\log۲ - a + b\log۲ = ۰ \rightarrow \log۲ = y \rightarrow ay - a + by = ۰$

$y - ۱ + \frac{b}{a}y = ۰ \rightarrow y - \frac{b}{a}y = ۱ \rightarrow ۱ - \frac{b}{a} = \frac{۱}{\log۲}$

$۱-\frac{b}{a} = \log_۲^{۱۰} \rightarrow ۱-\frac{b}{a} = ۱+\log_۲^۵ \Rightarrow \frac{b}{a} = -\log_۲^۵$

$\sqrt{۲}^{-\log_۲^۵} = ۵^{-\frac{۱}{۲}} = \boxed{\sqrt{۵}}$