به نام خداوند دانش

پویا بابندیان

①

$f(x) = ۳^{Ax+B}$ $\qquad y = x^۲$ $\qquad (۱,۱)$

$(۳,۹)$

نقطه تلاقی با محور y
$(۰,y)$

$(۱,۱) \to (۱)^۲ = ۳^{A+B} \Rightarrow ۳^۰ \Rightarrow A+B=۰$

$(۳,۹) \to (۳)^۲ = ۳^{۳A+B} \Rightarrow ۳A+B=۲$

$۲A = ۲ \Rightarrow A=۱$

$\Rightarrow B = -۱$

$f(x) = ۳^{x-۱} \overset{x=۰}{\Rightarrow} ۳^{-۱} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$

---

②

$\log_۲^{(۴^x+۱۵)} = x+۳$

$\underbrace{۲^{x+۳}}_{۸\times۲^x} = ۴^x+۱۵$

$۲^{۲x} - ۸\times۲^x + ۱۵ = ۰$

$(۲^x-۳)(۲^x-۵) = ۰ \Rightarrow ۲^x = ۳ \Rightarrow \log_۲^{۲^x} = \log_۲^۳$

$\Rightarrow ۲^x = ۵ \Rightarrow \log_۲^{۲^x} = \log_۲^۵ \Rightarrow \boxed{x = \log_۲^۵}$ $\qquad \Rightarrow \boxed{x = \log_۲^۳}$

---

③

$(\log_{۲۱}^۳)^۲ + \log_{۲۱}^{(۱۴۷)} + \log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = ۴ + (\log_{۲۱}^۳)^۲ = ۴ + \frac{۱}{(۱+\log_۳^۷)^۲}$

$\downarrow$

$\log_{۲۱}^{۳\times۷^۲} = \log_{۲۱}^۳ + ۲\log_{۲۱}^۷$

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \log_{۲۱}^{۳^۳\times۷^۲} = ۳\log_{۲۱}^۳ + ۲\log_{۲۱}^۷$

$\Bigg\} \Rightarrow ۴\overbrace{(\log_{۲۱}^۳ + \log_{۲۱}^۷)}^{\log_{۲۱}^{۲۱}} = ۴$

$\log_{۲۱}^۳ = \frac{۱}{\log_۳^۳ + \log_۳^۷} = \frac{۱}{۱+\log_۳^۷}$

---

④

$\log \overset{(x-۱)^۲}{(x^۲-۲x+۱)} + ۳\log^{(۱-x)}$ $\qquad \log_۳^۹ = ۲$

$= ۲\log^{x-۱} + ۳\log^{۱-x} = \log^{(x-۱)^۲} + \log^{\overbrace{(۱-x)^۳}^{-(x-۱)^۳}}$

$= \log^{-(x-۱)^۵} = ۵ \Rightarrow \log^{(۱-x)^۵} = ۵ \Rightarrow ۵\log^{۱-۲} = ۵ \Rightarrow \log_{۱۰}^{۱-x} = ۱$

$۱-x = ۱۰ \Rightarrow \boxed{x = -۹}$

به نام خداوند دانش

(ب)

$\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2^4} = 4$

$$\log_2^{x^2+2x+4} + \log_2^{(x-2)} = 3$$

$\downarrow$

$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times 4 < 0$

ریشه ندارد

$$\log_2^{(x^2+2x+4)(x-2)} = 3 \Rightarrow (x^2+2x+4)(x-2) = 8$$

$$x^3 - 2x^2 + \cancel{2x^2} - \cancel{4x} + \cancel{4x} - 8 = 8$$

$$x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$$

⑨

$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳$

$(x-۲)^۲ = (۲-x)^۲$

$\log(۲-x) - \log(۲-x)^{-۲} = \log(۲-x) + ۲\log(۲-x) = ۳$

$۳\log(۲-x) = ۳ \Rightarrow \log(۲-x) = ۱$

$۲-x = ۱۰ \Rightarrow \boxed{x = -۸}$

$\log_{\sqrt{۲}} ۸ = ۶$

---

⑦

$۳^{x^۲-۲} = (۳^۴)^x \Rightarrow x^۲-۲ = ۴x$

$x^۲-۴x-۲ = ۰ \quad +۶$
$\quad +۶$

$x^۲-۴x+۴ = ۶$

$(x-۲)^۲ = ۶ \Rightarrow |x-۲| = \sqrt{۶} \Rightarrow x = ۲$

$\Rightarrow \frac{۲\pm\sqrt{۶}}{۲}$

غ ق ق

$\Delta = ۱۶-۴\times۱\times-۲ = ۲۴$

$\sqrt{\Delta} = ۲\sqrt{۶}$

$\frac{۴\pm۲\sqrt{۶}}{۲} = ۲\pm\sqrt{۶}$

x

غ ق ق

$\log_۶ ^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \frac{۱}{۲}$

به نام خداوند هستی

⑧

$\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۸}{۵}$

$\log_{۱۸}^{۸} = \log_{۱۸}^{۲^{۳}} = ۳\log_{۱۸}^{۲} = \frac{۳}{\log_{۲}^{۱۸}} = \frac{۳}{\log_{۲}^{۳^{۲}\times ۲}} = \frac{۳}{۲\log_{۲}^{۳} + \underset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}}}$

$\frac{۳}{\frac{۱۶}{۵}+۱} = \frac{۳}{\frac{۲۱}{۵}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

---

⑨

$= \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۰٫۸ \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = ۱٫۶ \Rightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{۱٫۶} = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$

$\log_{۴}^{۳} = ۰٫۸ \qquad \log_{۱۲}^{۶} = \log_{۱۲}^{۲} + \log_{۱۲}^{۳} = \frac{۵}{۱۸} + \frac{۴}{۹} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

$\log_{۱۲}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۱۲}} = \frac{۱}{۲\underset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}} + \log_{۲}^{۳}} = \frac{۱}{۲+\log_{۲}^{۳}} = \frac{۱}{۳٫۶} = \frac{۱}{\frac{۳۶}{۱۰}} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$

$\log_{۱۲}^{۳} = \frac{۱}{\log_{۳}^{۱۲}} = \frac{۱}{۲\log_{۳}^{۲} + \underset{۱}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}}} = \frac{۱}{\frac{۵}{۴}+۱} = \frac{۱}{\frac{۹}{۴}} = \frac{۴}{۹}$

---

⑩

$(a\log ۲)x^{۲} + ax + b\log ۲ = ۰ \qquad -۱ \qquad (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}}$

$a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰$

$a(\log ۲ - ۱) + b\log ۲ = ۰ \xRightarrow{\div a} \log ۲ - ۱ + \frac{b}{a}\log ۲ = ۰$

$\frac{\log ۲ - ۱}{\log ۲} + \frac{b}{a} = ۰ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\log ۲ - ۱}{-\log ۲} = \frac{۱ - \log ۲}{\log ۲}$

$= \frac{\log ۱۰ - \log ۲}{\log ۲}$

$\Rightarrow$ ~~$\frac{\log ۲ + ۱}{-۲\log ۲}$~~ $\quad ۲^{\frac{\log_{۲}^{۵}}{۲}} \quad (\sqrt{۲})^{\frac{\log ۲ + ۱}{-\log ۲}}$

$= ۲^{\frac{\log_{۲}^{۵}}{\log_{۲}^{۴}}} = ۲^{\log_{۴}^{۵}} \quad \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۵} \quad = ۵ \quad = \sqrt{۵}$

$= \frac{\log_{۱۰}^{۵}}{\log_{۱۰}^{۲}} = \log_{۲}^{۵}$