(۲۰)

سارینا اسینانی یازدهم دختر - شماره تکلیف ⑭

①

$f(x) = ۳^{Ax+B}$

$y = x^۲$

طول‌ها $\rightarrow$ ۳ و ۱

$(۳,۹)$ $(۱,۱)$

$۳^{A+B} = ۱$

$۳^{۳A+B} = ۹$

$$\begin{cases} +A+B=0 \\ ۳A+B=۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -A-\cancel{B}=0 \\ ۳A+\cancel{B}=۲ \end{cases}$$

$۲A = ۲$

$\boxed{A=۱}$

$A+B=0$

$\boxed{B=-۱}$

$f(0) = ۳^{B} = ۳^{-۱} = \textcircled{\frac{۱}{۳}}$

✓

---

②

$\log_{۲}(۴^{x}+۱۵) = x+۳$

$۲^{x+۳} = ۴^{x}+۱۵$

$۲^{x} \times ۸ = (۲^{x})^{۲}+۱۵$

$0 = t^{۲}-۸t+۱۵ = 0$

$(t-۵)(t-۳) = 0$

$t=۵$ $\quad t=۳$

$۲^{x}=۵$ $\quad ۲^{x}=۳$

$x_۲ = \log_{۲}^{۵}$ $\quad x_۱ = \log_{۲}^{۳}$

$x_۱ + x_۲ = \log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۱۵}$

✓

---

③

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + \log_{۲۱}^{۱۴۷} \log_{۲۱}^{۱۳۲۳} =$

$\log_{۲۱}^{۱۴۷} = \log_{۲۱}^{۲۱\times۷} = ۱ + \log_{۲۱}^{\frac{۲۱}{۳}} = ۱ + \log_{۲۱}^{۲۱} - \log_{۲۱}^{۳} = ۲ - \log_{۲۱}^{۳}$

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \log_{۲۱}^{۲۱^{۲}\times۳} = ۲ + \log_{۲۱}^{۳}$

✓

مضروب $= ۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^{۲}$

$\longrightarrow (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + ۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} = ④$

(۴)

$\log^{x^۲-۲x+۱} + ۳\log^{(۱-x)} = ۵$

$\log^{(۱-x)^۲} + ۳\log^{(۱-x)} = ۵$

$\underbrace{۲\log^{(۱-x)}}_{t} + ۳\log^{(۱-x)} = ۵$

$۵t = ۵$

$t = ۱ \rightarrow \log_{۱۰}^{(۱-x)} = ۱$

$۱-x = ۱۰$

$\boxed{-۹ = x}$

$\log_{۳}^{(-x)} = ?$

$\hookrightarrow \log_{۳}^{۹} = (۲)$ ✓

---

(۵)

$\log_{۲}^{x^۲+۲x+۴} + \log_{۲}^{x-۲} = ۳$

$\log_{۲}^{x^۲+۲x+۴} + \log_{۲}^{x-۲} = ۳$

$\log_{۲}^{(x^۲+۲x+۴)(x-۲)} = ۳$

$\log_{۲}^{x^۳-۸} = \log_{۲}^{۸}$

$\sqrt[۳]{x^۳} = \sqrt[۳]{۱۶}$

$x = ۲^{\frac{۴}{۳}}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} = ?$

$\log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = \frac{\frac{۴}{\cancel{۳}}}{\frac{۱}{\cancel{۳}}} \log_{۲}^{۲} = (۴)$

✓

---

(۶)

$\log^{(۲-x)} - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳$

$\log^{(۲-x)} + \log(x-۲)^۲ = ۳$

$\log^{-(x-۲)} + \log^{(x-۲)^۲} = ۳$

$\log_{۱۰}^{-(x-۲)(x-۲)^۲} = ۳$

$-t(t^۲) = ۱۰^۳$

$-t^۳ = ۱۰^۳$

$\boxed{t = -۱۰}$

$t = x-۲ = -۱۰$

$\boxed{x = -۸}$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^{۳}} = (۶)$

✓

(۷)

$۳^{x^۲-۲} = ۸۱^{x}$

$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x}$

$x^۲-۴x-۲=۰$

$\Delta = b^۲-۴ac = ۱۶-۴(-۲) = ۲۴$

$\frac{+۴\pm\sqrt{۲۴}}{۲} \longrightarrow \frac{۴\pm ۲\sqrt{۶}}{۲} \longrightarrow ۲\pm\sqrt{۶} = x$

ق‌ق $= ۲+\sqrt{۶}$

غ‌ق $= ۲-\sqrt{۶}$

$\log_{۶}^{x-۲} = \log_{۶}^{\cancel{۲}+\sqrt{۶}\cancel{-۲}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

✓

---

(۸)

$\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸}$

$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_{۳}^{۸}}{\log_{۳}^{۱۸}} = \frac{۳\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۳^۲\times ۲}} = \frac{۳\log_{۳}^{۲}}{۲+\log_{۳}^{۲}} = \frac{۳\times\frac{۵}{۸}}{۲+\frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{\cancel{۱۵}^{۵}}{\cancel{۸}}}{\frac{\cancel{۲۱}^{۷}}{\cancel{۸}}} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

✓

---

(۹)

$\log_{۴}^{۳} = ۰/۸$

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۴}^{۶}}{\log_{۴}^{۱۲}} = \frac{\overset{\frac{۱}{۲}}{\cancel{\log_{۴}^{۲}}} + \log_{۴}^{۳}}{\underset{\textcircled{۱}}{\cancel{\log_{۴}^{۴}}} + \log_{۴}^{۳}} = \frac{\frac{۱}{۲}+\frac{۸}{۱۰}}{۱+\frac{۸}{۱۰}} = \frac{\frac{۱۳}{\cancel{۱۰}}}{\frac{۱۸}{\cancel{۱۰}}} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

✓

---

(۱۰)

$(a\log ۲)x^۲ + ax + b\log ۲ = ۰$

✓ $\cancel{۱}\ \frac{-b}{a} = -\log_{۲}^{۵}\cancel{۱}$

دیگری و یکی از ریشه ها $\textcircled{-۱}$ ، $\longrightarrow \frac{-c}{a} = \frac{-b\cancel{\log ۲}}{a\cancel{\log ۲}} = \frac{-b}{a}$

$\frac{b}{a} = \log_{۲}^{۵}$

$\alpha+\beta = \frac{-b}{a}$

$۱-\frac{b}{a} = \frac{-\cancel{a}}{\cancel{a}\log_{۲}} = -\log_{۲}^{۱۰}$

$\sqrt{۲}^{\log_{۲}^{۵}} = ۵^{\log_{۲}^{\sqrt{۲}}} = ۵^{\frac{۱}{۲}}$

$\boxed{\sqrt{۵}}$